

Die Strahlung der Atmosphäre unter Zugrundelegung von Lindenberger Temperatur- und Feuchtigkeitsmessungen.

Von H. Hergesell.

Emden hat in seiner Abhandlung: „Über das Strahlungsgleichgewicht und atmosphärische Strahlung“¹⁾ die Grundzüge des Strahlungsproblems für die Atmosphäre behandelt; die vertikale Verteilung der Temperatur beim Strahlungsgleichgewicht ist unter gewissen Voraussetzungen bestimmt worden; dann aber wurde auch das noch mehr fesselnde Problem, nämlich bei gegebener Temperaturverteilung die Größe der Strahlungsströme als Funktion der Höhe festzulegen, mathematisch gelöst und unter vereinfachenden Voraussetzungen auch numerisch behandelt.

Der erste Abschnitt der Emdenschen Abhandlung, der die Bestimmung der Temperatur des Strahlungsgleichgewichtes gibt, läßt nun nach meiner Ansicht einen wesentlichen Punkt unberücksichtigt. Allerdings werden die Emdenschen Resultate, soweit sie für die Stratosphäre gelten, hierdurch kaum beeinflußt; aber für die unteren Schichten ergibt sich eine ganz andere Temperaturverteilung des Strahlungsgleichgewichtes, wenn man auch die Veränderlichkeit des Wasserdampfgehaltes bei dem Strahlungsvorgang in Rechnung stellt. Um die mathematische Seite des Problems glatt durchführen zu können, setzt Emden voraus, daß die mittlere Verteilung des Dampfdruckes der von Hann für Gebirgsländer gefundenen Formel²⁾ entspricht. Nennt man m die Masse der Atmosphäre, gerechnet von der oberen Grenze bis zu dem Niveau, in dem der Dampfdruck bestimmt werden soll, so ergibt die Hannsche Formel für die mittlere Verteilung des Dampfdruckes das einfache Gesetz, daß diese Größe proportional der dritten Potenz der Masse m ist. Dieses Gesetz wendet Emden in allen Problemen seiner Arbeit an, so auch bei der Aufgabe, die Temperatur des Strahlungsgleichgewichtes zu bestimmen. Das aber ist nach meiner Ansicht nicht gestattet.

Es kann keinem Zweifel unterliegen, daß die mittlere Verteilung des Dampfdruckes selbst eine Funktion der mittleren Temperaturverteilung ist. Die von Hann abgeleitete Formel basiert auf den Beobachtungen zahlreicher Bergstationen der Alpenländer und gilt, streng genommen, nur für diese Gegend. Eine Stelle der Atmosphäre, die eine andere Temperaturverteilung hat, muß auch ein anderes Gesetz für die Dampfdruckverteilung liefern. Schon Süring hat diese Tatsache für die freie Atmosphäre nachgewiesen, für welche er bereits im Jahre 1900 in dem Werke „Wissenschaftliche Luftfahrten“ eine von der Hannschen abweichende Formel für die mittlere Verteilung des Dampfdruckes ableitet. Ich habe mich vor kurzem mit diesem Problem beschäftigt und gezeigt, daß jeder mittleren Temperaturverteilung eine ganz bestimmte Dampfdruckverteilung entspricht. Wenn man die Temperaturen des Strahlungsgleichgewichtes finden will, kann man nicht, wie Emden es getan, eine bestimmte, feste, unveränderliche Dampfdruckverteilung zugrunde legen, sondern man hat das doppelte Problem zu lösen, die mittlere Dampfdruckverteilung und die mittlere Temperaturverteilung bei Vorhandensein des Strahlungsgleichgewichtes festzustellen. Beide Größen hängen eben voneinander ab. — Die soeben skizzierte Aufgabe wird im ersten Teil dieser Arbeit behandelt werden.

Im zweiten Teil beschäftige ich mich mit der Aufgabe, die Energieströme, die die Atmosphäre durchsetzen, als Funktion der Höhe zu bestimmen. Wie schon erwähnt, hat Emden diese Untersuchung ebenfalls durchgeführt. Aber auch bei diesen Rechnungen gebraucht er wieder jenes wenig korrekte Gesetz der Dampfdruckverteilung. Auch macht er über die Verteilung der Temperatur einfache Voraussetzungen, die von den wirklichen Verhältnissen ziemlich abweichen. Die Aufstiegsmethoden, die seit einiger Zeit in Lindenberger angewandt werden, gestatten, für jede Höhe wahre Werte der mittleren Temperatur und des Dampfdruckes zu erhalten. Aus diesen Beobachtungen folgt, daß der mittlere Dampfdruck sich in der freien

¹⁾ Sitzungsberichte der königl. bayerischen Akademie, Jahrgang 1913, Math.-Phys. Klasse, S. 55.

²⁾ Hann, Lehrbuch der Meteorologie.

Atmosphäre nicht nach dem Gesetz der dritten Potenz der Masse ändert, sondern viel eher, wenn man überhaupt eine ähnliche Formel anwenden will, nach der vierten Potenz. Der Dampfdruck nimmt in der freien Atmosphäre schneller ab, als die Emdensche Formel annimmt. Untersucht man den Exponenten der Potenz der Masse genauer, so findet man, daß sein Wert für die einzelnen Höhengschichten sehr verschieden ausfällt. Ich habe deshalb von der Einführung eines ähnlichen Gesetzes, wie es Emden einführt, ganz abgesehen, und die Strahlungsströme bestimmt, indem ich die wirkliche mittlere Temperatur- und Dampfdruckverteilung, wie sie aus den Beobachtungen folgt, verwandt habe. Die für diese Zwecke nötigen Formeln sind entwickelt und ausgeführt worden. Die Rechnungen, die auch für eine tropische Station (Batavia) durchgeführt sind, haben einige wichtige Folgerungen für die Größen der Energiealbedo und der mittleren Transmissionsfähigkeit der Luft ergeben. Die numerische Bestimmung der Strahlungsströme gestattete des weiteren die Ermittlung der stündlichen Abkühlung der einzelnen Luftschichten durch die langwellige und kurzwellige Strahlung.

Im Anschluß hieran konnten dann einige wichtige Folgerungen für die Wärmebilanz der freien Atmosphäre gezogen werden, die vornehmlich die Wärmemengen der Konvektion und der Kondensation des Wasserdampfes betreffen.

Als fünften Teil habe ich noch nachträglich die Berechnung der Strahlungsmessungen Ångströms in Kalifornien an der Hand der Schwarzschildschen Theorie hinzugefügt. Durch diese wird hauptsächlich die Existenz einer nennenswerten Gegenstrahlung der Stratosphäre nachgewiesen. Obwohl einige Schlußfolgerungen in den vorhergehenden Abschnitten hierdurch getroffen werden, habe ich keine Änderungen vorgenommen, um die Drucklegung nicht zu verzögern. Die Änderungen sind nicht von wesentlicher Natur und können leicht vom Leser selbst erkannt werden.

1. Die Schwarzschildschen Gleichungen für den Strahlungsprozeß in der Atmosphäre.

Allen unseren Betrachtungen legen wir die Schwarzschildsche Strahlungstheorie zugrunde. Näheres suche man bei Emden (siehe oben) oder Schwarzschild, Met. Zeitschr. XXX. Bd. (1913), S. 445

Jede Schicht strahlt nach dem Stefanschen Gesetze eine bestimmte Energiemenge E nach oben und unten aus, sie selbst wird von zwei Energieströmungen durchsetzt, von welchen sie einen bestimmten Bruchteil absorbiert. Wir nennen den aufwärtssteigenden Strom A , den abwärtsgehenden B . Jeder der drei Strahlungsströme enthält in Wirklichkeit Strahlungsarten von allen Wellenlängen. Emden hat gezeigt, daß man die Strahlung schematisieren kann. Wir können die kurzwellige und langwellige Strahlung in dem Sinne zusammenfassen, daß man jeder Klasse einen mittleren Absorptionskoeffizienten, der kurzwelligen den Wert k_1 , der langwelligen den Wert k_2 zuerteilt.

Bei dem Energiestrom, den die Schicht selbst ausstrahlt, kann man die kurzwellige Strahlung vernachlässigen, ebenso bei der aufwärtsgehenden Strahlung, die vom Erdboden und den tieferliegenden Luftschichten herrührt; es ist also $E = E_2$ und $A = A_2$. Dagegen besteht der absteigende Strahlungsstrom aus einem kurzwelligen und langwelligen Anteil B_1 und B_2 . Die Marken $_1$ und $_2$ deuten auf die kurz- und langwellige Strahlung hin. Jede Luftschicht von der Masse dm gewinnt nun durch den geschilderten Strahlungsprozeß eine bestimmte Wärmemenge dQ in der Zeiteinheit. Die Strahlungsströme A_2 und B_2 geben beim Passieren der Schicht die Wärmemenge $k_2(A_2 + B_2)dm$ ab, ebenso verliert B_1 den Betrag $k_1 B_1 dm$, die Schicht selbst verliert durch ihre eigene Ausstrahlung $2k_2 E_2$, da die Schicht nach beiden Seiten ausstrahlt. Die ganze von der Schicht gewonnene Wärmemenge beträgt also:

$$dQ = [k_2(A_2 + B_2 - 2E_2) + k_1 B_1] dm.$$

Ist bei dem Strahlungsprozeß Wärmegleichgewicht vorhanden, so ist $dQ = 0$.

Die Energieströme A_2 , B_2 und B_1 erleiden beim Durchgang durch die Schicht dm kleine Änderungen durch Absorption. Bedeutet m die Masse der Atmosphäre, gerechnet von ihrer oberen Grenzfläche bis zur Schicht dm , so ist dm bei B positiv, bei A negativ zu rechnen, und es ist, wie leicht zu erweisen, $m = \frac{P}{P}$, wenn p den Luftdruck in der Schicht dm , P den an der Erdoberfläche bedeutet. Die absorbierte Menge setzen wir proportional dem Strahlungsstrom selbst.

Zunächst ist, wie leicht ersichtlich:

$$\begin{aligned} \text{a) } \dots\dots\dots & \frac{dB_1}{dm} = -k_1 B_1, \\ \text{b) } \dots\dots\dots & \frac{dA_2}{dm} = +k_2 A_2 - k_2 E_2, \\ \text{c) } \dots\dots\dots & \frac{dB_2}{dm} = -k_2 B_2 + k_2 E_2. \end{aligned}$$

Führen wir die neuen Veränderlichen

$$x_1 = \int_0^m k_1 dm, \quad x_2 = \int_0^m k_2 dm$$

ein, so bedeuten x_1 und x_2 Massenanteile, die aufs engste mit der Strahlung zusammenhängen. Wir wollen sie, analog den Benennungen in der Optik, als die strahlenden Massen, und zwar x_1 der kurzwelligen Strahlung, x_2 der langwelligen Strahlung bezeichnen. Offenbar ist

$$\frac{dx_1}{dx_2} = \frac{k_1}{k_2}.$$

Gleichung a) liefert dann sofort

$$B_1 = \sigma \cdot e^{-x_1}.$$

σ ist der Betrag von B_1 an der oberen Grenze der Atmosphäre, also gleich der effektiven Sonnenstrahlung berechnet für die Flächeneinheit der ganzen Erdoberfläche und für die Zeiteinheit. Wir werden uns mit dieser Größe näher beschäftigen müssen.

Gleichungen b) und c) erhalten die einfache Form:

$$b) \dots \dots \dots \frac{dA_2}{dx_2} = A_2 - E_2,$$

$$c) \dots \dots \dots \frac{dB_2}{dx_2} = E_2 - B_2.$$

Wir behandeln zunächst das Problem des Strahlungsgleichgewichtes. Bei diesem wird die Temperatur als Funktion von x_2 gesucht, wenn in jeder Schicht die Summe der absorbierten und abgegebenen Wärmemenge, d. h. $dQ = 0$ ist. Es gelten offenbar folgende fünf Beziehungen:

$$1) \dots \dots \dots B_1 = \sigma \cdot e^{-x_1},$$

$$2) \dots \dots \dots \frac{dA_2}{dx_2} = A_2 - E_2, \quad \frac{dB_2}{dx_2} = E_2 - B_2,$$

$$3) \dots \dots \dots B_2 = 0, \quad \text{für } x_2 = 0,$$

$$4) \dots \dots \dots dQ = 0, \quad \text{in anderer Form: } 2E_2 = A_2 + B_2 + B_1 \frac{dx_1}{dx_2},$$

$$5) \dots \dots \dots A_2 = B_1, \quad \text{für } x_2 = 0.$$

Durch Subtraktion und Addition der beiden Gleichungen unter 2) ergeben sich zwei neue Gleichungen:

$$6a) \dots \dots \dots \frac{d(A_2 + B_2)}{dx_2} = A_2 - B_2,$$

$$6b) \dots \dots \dots \frac{d(B_2 - A_2)}{dx_2} = 2E_2 - A_2 - B_2.$$

Benutzt man die Beziehung 4), so ergibt 6b):

$$\frac{d(B_2 - A_2)}{dx_2} = B_1 \frac{dx_1}{dx_2} = \sigma \cdot e^{-x_1} \cdot \frac{dx_1}{dx_2}.$$

Das gibt integriert:

$$B_2 - A_2 = \gamma - \sigma \cdot e^{-x_1},$$

wo γ eine Konstante ist. In anderer Form lautet diese Gleichung:

$$B_1 + B_2 - A_2 = \gamma; \quad \text{oder: } B - A = \gamma.$$

Hieraus folgt der wichtige Satz:

In jeder Atmosphäre ist bei Strahlungsgleichgewicht die Differenz aus den ab- und aufsteigenden Strahlungsströmen konstant.

Für die Erdatmosphäre ist nun an der oberen Grenze, d. h. für $x_2 = 0$:

$$B_1 = A_2 \quad \text{und} \quad B_2 = 0.$$

Das liefert für die Konstante γ den Wert 0. Wir erhalten die einfache Beziehung:

$$A_2 - B_2 = \sigma \cdot e^{-x_1}.$$

Jetzt läßt sich 6a) integrieren. Wir erhalten:

$$A_2 + B_2 = \delta + \sigma \int_0^{x_2} e^{-x_1} dx_2,$$

wo δ eine neue Integrationskonstante ist.

Diese bestimmen wir wieder durch die Bedingungen an der oberen Grenze. Für $x_2 = 0$ ist zunächst $A_2 + B_2 = \delta$. An der oberen Grenze ist aber $B_2 = 0$ und $A_2 = \sigma$. Das gibt:

$$\delta = \sigma,$$

$$A_2 + B_2 = \sigma \left(1 + \int_0^{x_2} e^{-x_1} dx_2 \right).$$

Gleichung 4) liefert E_2 und, da E_2 nach dem Stefanschen Strahlungsgesetze $= s \cdot T^4$ ist, auch die Gleichung der Temperatur des Strahlungsgleichgewichtes.

Wir haben:

$$A) \dots\dots\dots 2 E_2 = \sigma \left(1 + e^{-x_1} \frac{dx_1}{dx_2} + \int_0^{x_2} e^{-x_1} dx_2 \right) = 2 s \cdot T^4.$$

Die Gleichung A) ergibt die Lufttemperatur als Funktion der Größen x_1 und x_2 , also der strahlenden Massen der Atmosphäre. Diese hängen von der vertikalen Verteilung des Wasserdampfes ab. Gleichung A) werden wir noch weiter behandeln.

Wir wenden uns vorher zu der anderen Seite des Strahlungsproblems.

Nicht die Temperaturen des Strahlungsgleichgewichtes mögen gesucht werden, sondern die Temperaturen der Atmosphäre seien als Funktionen der strahlenden Masse, d. h. der Größe x_2 gegeben. Wir suchen die Energieströme A_2 und B_2 als Funktionen derselben Größe.

Die Differentialgleichungen für diese Größen sind leicht zu integrieren. $\frac{dB_2}{dx_2} = -B_2 + E_2$ liefert das Integral:

$$B_2 = \overline{B}_2 e^{-x_2} + e^{-x_2} \int_0^{x_2} e^{x_2} dx_2 \cdot E_2,$$

wo $\overline{B}_2$ den Wert des Strahlungsstromes an der oberen Grenze des Luftmeeres bedeutet. Da an der oberen Grenze kein langwelliger absteigender Strom vorhanden ist, ergibt sich $\overline{B}_2 = 0$.

Die Differentialgleichung $\frac{dA_2}{dx_2} = A_2 - E_2$ gibt

$$A_2 = \overline{A}_2 e^{x_2} - e^{x_2} \int_0^{x_2} e^{-x_2} dx_2 \cdot E_2,$$

wo $\overline{A}_2$ eine analoge Bedeutung wie B_2 hat.

An der oberen Grenze der Atmosphäre muß der aufsteigende langwellige Strom gleich dem eintretenden kurzwelligen sein. Es ist also $\overline{A}_2 = \sigma$. Wir erhalten das folgende Gleichungssystem für die Energieströme:

$$B1) \dots\dots\dots B_2 = e^{-x} \int_0^{x_2} e^{x_2} dx_2 \cdot E_2,$$

$$B2) \dots\dots\dots A_2 = \sigma e^{x_2} - e^{x_2} \int_0^{x_2} e^{-x_2} dx_2 E_2,$$

$$B3) \dots\dots\dots B_1 = \sigma e^{-x_1}.$$

Hierzu kommt die Gleichung für die Wärmemenge, die jede Luftschicht in der Zeiteinheit gewinnt:

$$C) \dots\dots\dots dQ = (A_2 + B_2 - 2E_2) dx_2 + B_1 dx_1,$$

aus der wir die stündliche Temperaturänderung durch den Strahlungsprozeß berechnen können.

2. Die Temperaturen des Strahlungsgleichgewichtes.

Sind x_1 und x_2 die strahlenden Massen der Atmosphäre, so sind die Temperaturen des Strahlungsgleichgewichtes durch die Gleichung A) (s. oben) festgelegt:

$$A) \dots\dots\dots 2 s T^4 = \sigma \left(1 - e^{-x_1} \frac{dx_1}{dx_2} + \int_0^{x_2} e^{-x_1} dx_2 \right).$$

Die strahlenden Massen x_1 und x_2 hängen von der Verteilung des Wasserdampfes in der Luft ab, die wiederum durch die Verteilung der Temperatur bestimmt ist. In den Beiträgen zur Physik der freien Atmosphäre¹⁾ habe ich gezeigt, daß man den Zusammenhang dieser beiden Größen in der Atmosphäre durch eine einfache Formel mit großer Genauigkeit darstellen kann. Ist f der mittlere Dampfdruck in einem bestimmten

¹⁾ Beiträge zur Physik der freien Atmosphäre, VIII. Bd., Heft 2, S. 86.

Niveau und T die dort herrschende mittlere Lufttemperatur im absoluten Maße, so wird f durch die Formel gegeben:

$$B) \dots \dots \dots f = f_0 \cdot e^{\beta \frac{t}{T}}.$$

t ist die der absoluten Temperatur T entsprechende Celsius-temperatur, β eine Konstante, die durch die Beobachtungen bestimmt wird, f_0 der mittlere Dampfdruck im Niveau, wo die mittlere Lufttemperatur $t = 0$ herrscht. Für Lindenberg ist $f_0 = 3.12$, $\beta = 23.56$. Ich habe in der genannten Arbeit gezeigt, daß man diese Formel mit genügender Genauigkeit für alle Temperaturverteilungen anwenden kann.

Bei der hier in Betracht kommenden Frage nehmen wir an, daß bei den Temperaturänderungen, die durch Strahlung hervorgerufen werden, sich jedesmal nach dieser Formel der Wasserdampf einstellt, so daß jede neue Temperaturverteilung von einer Dampfdruckverteilung begleitet ist, die der Formel B) entspricht.

Ist die Verteilung des Wasserdampfes so bestimmt, so berechnen wir die strahlenden Massen nach den Formeln:

$$x_1 = b_1 \frac{g}{R} \int_0^z \frac{f m}{T} dz, \quad x_2 = b_2 \frac{g}{R} \int_0^z \frac{f m}{T} dz.$$

Aus diesen Gleichungen ist f zu eliminieren, so daß nur T und m , die Masse der Atmosphäre, in der Schlußgleichung zurückbleibt. Diese gibt dann die gesuchte Temperaturverteilung als Funktion der Luftmasse. Setzen wir $\frac{dx_1}{dx_2} = q$, so ergibt sich zunächst, daß

$$\frac{dx_1}{dx_2} = \frac{k_1}{k_2} = \frac{b_1}{b_2}$$

konstant ist.

Um die Elimination auszuführen, differenzieren wir Gleichung A) nach $x_2 = k_2 dm$. Das gibt:

$$8s T^3 \frac{dT}{dx_2} = \sigma \cdot e^{-x_1} [1 - q^2].$$

Führen wir $dx_2 = k_2 dm$ ein, und lösen wir nach dm auf, so folgt:

$$dm = \frac{8s T^3 dT e^{x_1}}{\sigma k_2 (1 - q^2)}.$$

Statt T führen wir die Veränderliche $v = \frac{t}{T} = 1 - \frac{273}{T}$ ein. Berücksichtigen wir noch, daß s und σ in der Beziehung stehen:

$$\frac{s}{\sigma} = \left(\frac{1}{254} \right)^4,$$

so folgt für die neue Variable die Gleichung:

$$dm = \frac{10.68 e^{x_1}}{k_2 (1 - q^2)} \cdot \frac{dv}{(1 - v)^5}.$$

Führen wir endlich für k_2 den Wert $b_2 \cdot f = b_2 \cdot f_0 e^{\beta v}$ ein, so erhalten wir:

$$dm = \frac{10.68 e^{x_1} e^{-\beta v}}{b_2 \cdot f_0 (1 - q^2)} \cdot \frac{dv}{(1 - v)^5}.$$

Diese Differentialgleichung gibt den gesuchten Zusammenhang zwischen m und v bzw. m und T .

Für b_2 setzen wir den im nächsten Abschnitt ermittelten Wert 1.54; f_0 ist gleich 3.12. Mit diesen Zahlen wird

$$dm = 2.22 \frac{e^{x_1}}{1 - q^2} \cdot \frac{e^{-\beta v} dv}{(1 - v)^5}.$$

e^{x_1} ist bei der bestehenden Dampfdruckverteilung sehr nahe gleich 1, da x_1 immer sehr klein ist; es wird sich noch mehr diesem Wert nähern, wenn durch Annäherung an das Strahlungsgleichgewicht die Dampfmenge in der Atmosphäre sich vermindert. Wir können e^{x_1} ohne wesentlichen Fehler $= 1$ setzen. q ist bei jeder Dampfdruckverteilung eine sehr kleine Zahl, da die langwellige Strahlung durch den Wasserdampf bedeutend stärker absorbiert wird als die kurzwellige. Wir können q^2 vernachlässigen. Nennen wir $\underline{v}$ den Wert von v an der Erdoberfläche, so erhalten wir als Integral der Differentialgleichung:

$$1 - m = 2.22 \int_{\underline{v}}^v \frac{e^{-\beta v} dv}{(1 - v)^5}.$$

Diese Gleichung ergibt den gesuchten Zusammenhang zwischen v , bzw. T und der Luftmasse m , und damit die gesuchte Temperaturverteilung des Strahlungsgleichgewichtes.

Der jeweilige Wasserdampfgehalt der Atmosphäre ist der Temperaturverteilung angepaßt. Er wird nach der Formel berechnet:

$$f = 3.12 \cdot e^{23.56 \cdot v}.$$

Zur numerischen Auswertung des Integrals führen wir die Funktion ein:

$$\psi(v) = \int_{-0.25}^v \frac{e^{-\beta v} dv}{(1-v)^5},$$

die nur noch von der oberen Grenze v abhängt. Es ist dann:

$$1-m = 2.22 [\psi(v) - \psi(v)].$$

Um $\psi(v)$ zu bestimmen, setzen wir $v = -0.25$, also $T = 218.4^\circ (-54.6^\circ)$. Diese Temperatur herrscht zur Jetztzeit etwa in einer Höhe von 12.5 km. m hat dort den Wert 0.18. Da nach Definition der Funktion $\psi(v)$ $\psi(-0.25) = 0$ ist, haben wir zur Bestimmung von $\psi(v)$ die Gleichung

$$1-0.18 = 2.22 \psi(v), \text{ die } \psi(v) \text{ gleich } 0.360 \text{ ergibt.}$$

Um den diesem Wert von ψ entsprechenden Wert von v zu finden, wollen wir $\psi(v)$ als Funktion von v berechnen. Wir überzeugen uns leicht, daß wir diese Funktion nur für Werte von v brauchen, die ganz in der Nähe von -0.25 liegen. Denn $\psi(-0.25)$ ist gleich 0 und $\psi(-0.24)$ schon gleich 1.222. Der gesuchte Wert von v liegt also zwischen -0.25 und -0.24 . Setzen wir $w = v + 0.25$, so bleibt w kleiner als 0.01; das Integral verwandelt sich durch Entwicklung von $(1-v)^5$ in

$$\psi(w) = \frac{e^{0.25\beta}}{(1.25)^5} \int_0^w (1+4w) e^{-\beta w} dw.$$

Die Integration ist jetzt auszuführen. Wir erhalten nach einigen Rechnungen

$$\psi(w) = 5.819(1 - e^{-\beta w}). \quad \beta \text{ ist gleich } 23.56 \text{ gesetzt.}$$

Um den Wert von v zu finden, setzen wir in dieser Gleichung den oben gefundenen Wert von $\psi(v) = 0.368$ ein:

$$0.368 = 5.819(1 - e^{-\beta w}).$$

Diese Bestimmungsgleichung liefert für w den Wert: 0.00278 und somit für v : -0.2478 . Dieser Zahl entspricht die Temperatur $T = 218.9^\circ (-54.1^\circ)$.

Wenn also beim Strahlungsgleichgewicht in 12.5 km Höhe eine Temperatur von -54.6° herrscht, so hat die Bodenschicht der Atmosphäre eine solche von -54.1° . Die ganze Temperaturabnahme vom Boden bis zu 12.5 km Höhe beträgt $1/2^\circ$. Man kann leicht die Temperatur jeder einzelnen Luftschicht vermittelt der oben gegebenen Formel berechnen und für ihren Verlauf mit der Höhe ein einfaches Gesetz angeben. Wegen der geringen Temperaturdifferenzen gehen wir hierauf nicht ein.

Das Strahlungsgleichgewicht erfordert also, unter der Annahme, daß der Wasserdampfgehalt der Luft sich nach dem jeweiligen Temperaturzustand einstellt, in allen Schichten der Atmosphäre sehr niedrige Temperaturen. Die Temperaturverteilung wird fast isotherm. Vom Boden bis zu 12.5 km Höhe herrscht eine nahezu gleichförmige Temperatur von -54° ¹⁾.

¹⁾ Um aus der Formel für $\psi(w)$, die oben gegeben wurde, das Gesetz abzuleiten, nach dem die Temperatur nach oben abnimmt, setze man

$$\psi(w) = 5.82 [1 - e^{-\beta w}]$$

in die Hauptformel ein. Das gibt:

$$1-m = 12.92 [e^{-\beta w} - e^{-\beta w}].$$

Da w nur einige Tausendstel beträgt, können wir die e -Funktion in einer Reihe entwickeln, da auch $\beta < 0.006$ ist, und uns auf die erste Potenz von w beschränken. Das gibt:

$$1-m = 12.92 \cdot \beta (w - w)$$

oder, wenn wir die Veränderliche v einführen,

$$1-m = 12.92 \cdot \beta (v - v).$$

Da $v = \frac{t}{T} = 1 - \frac{273}{T}$ ist, können wir auch schreiben:

$$1-m = 12.92 \cdot \beta \cdot 273 \left[\frac{1}{T} - \frac{1}{T} \right].$$

Führen wir für m den Wert $\frac{P}{P}$ ein, und berücksichtigen wir, daß sich T und $\underline{T}$ höchstens um 0.5° unterscheiden, so daß wir für $\sqrt{T \cdot \underline{T}}$ den Mittelwert 220° einführen können, so ergibt sich:

$$\frac{P-P}{\underline{T}-T} = 12.92 \cdot \beta \cdot \frac{273}{220^2} \cdot P,$$

oder, wenn wir für β und P die Werte einführen,

$$\frac{P-P}{\underline{T}-T} = 1324.$$

Es ist dieses ein überraschendes Resultat, das vor allen Dingen nicht mit den Temperaturwerten des von Emden errechneten Strahlungsgleichgewichtes übereinstimmt. Wir haben schon früher darauf hingewiesen, daß die Werte der Emdenschen Temperatur- und Dampfdruckverteilung einen Widerspruch zeigen müssen, da die Feuchtigkeitsverteilung nach dem von Emden angewandten Gesetze mit der von ihm bestimmten Temperaturverteilung nicht verträglich ist.

Die folgende Tabelle enthält den Dampfdruck nach der Emdenschen Formel $f = f_0 \cdot m^3$ und zum Vergleich die Werte der Maximalspannung nach der Thiesenschen Formel, wenn man die Emdenschen Strahlungstemperaturen in diese einsetzt. Am Erdboden wurde $f_0 = 11.0$ mm entsprechend der Bodentemperatur 15.8° und eine relative Feuchtigkeit von 80 % angenommen.

Höhe	Temperatur nach Emden	Maximalspannung dieser Temperatur	$f = f_0 \cdot m^3$	Relative Feuchtigkeit %
0	15.8	13.3	11.0	80
1	— 6.0	2.76	8.0	290
2	— 23.0	0.57	5.5	948
3	— 32.2	0.203	3.8	1970
4	— 44.5	0.063	2.6	4130
5	— 50.3	0.028	1.7	5870
6	— 53.5	0.020	1.2	6000
7	— 55.0	0.016	0.77	4810
8	— 56.1	0.014	0.55	3580
9	— 56.7	0.013	0.31	2390
10	— 57.0	0.012	0.20	1670
11	— 57.2	0.011	0.13	1100

Schon in den untersten Schichten beginnt eine ungeheure Übersättigung, die ein Eintreten der Emdenschen Verteilung von Wasserdampf und Temperatur unmöglich erscheinen läßt. Nimmt man das Auftreten der berechneten Abkühlung durch Strahlungsgleichgewicht auch nur zeitweise als möglich an, so müßte sofort Kondensation mit Niederschlag, d. h. Ausfallen des Wasserdampfes eintreten. Mit anderen Worten: Es würde sich eine andere Dampfdruckverteilung ausbilden, die sofort eine andere Temperaturverteilung durch Strahlung zur Folge hätte. Diese so geschilderten Veränderungen geben auch eine Erklärung des von uns erhaltenen Resultates. Wäre das Strahlungsgleichgewicht in den untersten Schichten realisierbar, so müßte bei seinem Eintreten, oder besser noch, schon beim Zustreben zum Gleichgewichtszustand, beständig Kondensation und damit eine Verminderung des Dampfgehaltes eintreten, die sofort neue Abkühlung und weitere Kondensation veranlassen würde. Das Endresultat wäre eine allgemeine Abkühlung der Atmosphäre, die zu der durch unsere Gleichungen festgelegten Temperaturverteilung und zu einer bedeutenden Verminderung des Wasserdampfgehaltes führen würde. Bei der Ableitung sind allerdings die durch die Kondensation frei werdenden Wärmemengen nicht berücksichtigt. Es ist leicht zu zeigen, daß diese Wärmemengen keinen nennenswerten Einfluß auf das Resultat haben können. Der von uns abgeleitete Temperaturzustand des Strahlungsgleichgewichtes ist auch, im Gegensatz zu den Emdenschen Temperaturen, in den untersten Schichten stabil. Ob er jemals zustande kommen wird, ist eine andere Frage. Das Dasein der Erdoberfläche als Heizfläche verhindert es. Von ihr werden am Tage gewaltige Wärmemengen durch Konvektion emporgeschafft; es bildet sich die Troposphäre mit ihren Temperaturverhältnissen.

Wir wollen zum Schluß die Dampfmenge berechnen, die noch in der Atmosphäre vorhanden ist, wenn der Zustand des Strahlungsgleichgewichtes realisiert werden könnte. Nennen wir den Dampfdruck f , so ist das Gewicht eines Kubikmeters Wasserdampf $= 0.00106 \cdot f$.

Eine Schicht von der Höhe dz hat demgemäß

$$dg = 0.00106 \cdot f \cdot dz \text{ kg Wasserdampf.}$$

Da die Temperatur beim Strahlungsgleichgewicht nahezu isotherm ist, können wir für alle Schichten den Wert von f setzen, der der Temperatur von rund -54° entspricht, also $f = 0.018$. Wir können sofort bis zur Höhe der Stratosphäre, die wir gleich 12000 m setzen, integrieren.

Die Temperaturabnahme ist beim Strahlungsgleichgewicht proportional der Druckabnahme.

Wir können auch die Formel einschreiben in

$$T = -C + Bp,$$

$$T = -54.67 + \frac{p}{1324}.$$

Die Temperatur ist beim Strahlungsgleichgewicht eine lineare Funktion des Druckes.

Wir erhalten:

$$g = 106 \cdot 10^{-5} \cdot 18 \cdot 10^{-3} \cdot 12000 = 2.28 \text{ kg.}$$

Nach Hann ist für normale Verhältnisse:

$$g = f \cdot 2.3,$$

wenn f den Dampfdruck am Boden bezeichnet. Nehmen wir diesen entsprechend einer mittleren Bodentemperatur 15.8° zu 11 mm an, so erhalten wir als jetzt vorhandene normale Dampfmenge $g_0 = 25 \text{ kg.}$

Das Verhältnis $\frac{g}{g_0}$ ist rund gleich 0.1.

Wenn der Temperaturzustand des Strahlungsgleichgewichtes für alle Luftschichten realisierbar wäre, müßte durch den Abkühlungsprozeß $\frac{9}{10}$ der vorhandenen Dampfmenge herausgeschafft werden. $\frac{1}{10}$ derselben bliebe noch in der Atmosphäre des Strahlungsgleichgewichtes vorhanden.

3. Bestimmung der Strahlungsströme über Lindenberg unter Zugrundelegung der vorhandenen Beobachtungen.

Wir wenden uns nun der wichtigen Aufgabe zu, die Strahlungsströme A und B der Atmosphäre über Lindenberg auszuwerten, indem wir in jeder Schicht die Temperatur und den Wasserdampfgehalt durch Beobachtung festgelegt denken. Von einer Formel über die Abnahme der Temperatur und Feuchtigkeit mit der Höhe sehen wir ganz ab.

Zunächst müssen wir die Strahlungsformeln des ersten Abschnittes, S. 3 ff., für die numerische Berechnung umgestalten.

In erster Linie handelt es sich um die Größen x_2 und x_1 , die wir die strahlenden Massen der langwelligen und kurzwelligen Strahlung genannt haben. Es ist $x_2 = \int_0^m k_2 \cdot dx$, wo nach Emden $k_2 = b_2 \cdot f$ gesetzt werden kann¹⁾. Setzen wir ein und berücksichtigen, daß $\frac{dm}{dz} = \frac{g}{R \cdot T} \cdot m$ ist, so erhalten wir

$$x_2 = b_2 \cdot \frac{g}{R} \cdot \int_0^z \frac{f \cdot m}{T} dz.$$

Das Integral ist leicht zu berechnen, da m , f , T als Funktionen der Höhe bekannt sind.

Setzen wir $\psi(z) = \frac{g}{R} \int_0^z \frac{m \cdot f}{T} dz$, so ist $\psi(z)$ eine bekannte Funktion von z . Wir haben

$$x_2 = b_2 \cdot \psi(z), \text{ und ebenso } x_1 = b_1 \cdot \psi(z).$$

Die Konstanten b_2 und b_1 sind durch Beobachtungen bzw. durch besondere Erwägungen zu bestimmen.

Wir können sie zweckmäßig als relative Absorptionskoeffizienten der langwelligen und kurzwelligen Strahlung bezeichnen.

Sind so die strahlenden Massen als Funktionen der Höhe festgelegt, so können wir andererseits alle Größen, die bisher als Funktionen der Höhe bekannt sind, als Funktionen der strahlenden Massen darstellen, so die Temperatur und den Dampfdruck, vor allem jedoch die Ausstrahlung jeder Luftschicht E , berechnet nach dem Stefanschen Gesetze.

Wir sind dann in der Lage, die Strahlungsströme A und B durch mechanische Quadratur zu berechnen nach den Formeln:

$$A = e^{x_2} \left(\sigma - \int_0^{x_2} e^{-x_2} E \cdot dx_2 \right), \quad B = e^{-x_2} \int_0^{x_2} e^{x_2} E \cdot dx_2.$$

Die folgende Tabelle enthält die Temperatur- und Feuchtigkeitsbeobachtungen über Lindenberg, ferner den Luftdruck, die relative Masse der Atmosphäre und die Ausstrahlung jeder Luftschicht nach dem Stefanschen Gesetze. Die Tabelle geht bis 4000 m in Stufen von 500 zu 500 m, darüber in Einkilometerstufen. Die Temperatur- und Feuchtigkeitswerte bis 4 km sind den Beobachtungen des Zeitraums vom 1. Mai 1917 bis 31. April 1918 entnommen; sie sind wahre Tagesmittel, da die Messungen durch eine besondere Beobachtungsmethode auf alle Stunden nahezu gleichmäßig verteilt sind.

¹⁾ Über die Berechtigung und Genauigkeit dieses Ansatzes siehe die Erwägungen Emdens, a. a. O. S. 103 ff.

Tabelle I. Lindenberg.

h	f	t	T	p	m	E	h	f	t	T	p	m	E
0.122	6.81	9.42	282.42	753.0	1.000	29.0	5.0	0.666	— 17.37	255.63	406.5	0.540	19.5
0.5	5.83	8.23	281.23	719.4	0.955	28.5	6.0	0.317	— 24.37	248.63	355.2	0.472	17.5
1.0	4.87	5.56	278.56	676.9	0.899	27.4	7.0	0.143	— 31.55	241.45	309.2	0.411	15.4
1.5	3.97	2.84	275.84	636.6	0.845	26.4	8.0	0.064	— 38.65	234.35	268.0	0.356	13.7
2.0	3.16	0.06	273.06	598.3	0.783	25.3	9.0	0.028	— 44.85	228.15	231.5	0.307	12.3
2.5	2.49	— 2.69	270.31	562.0	0.746	24.2	10.0	0.020	— 49.53	223.47	199.3	0.265	11.1
3.0	1.94	— 5.41	267.59	527.4	0.700	23.5	11.0	0.015	— 52.45	220.55	170.9	0.227	10.8
3.5	1.51	— 8.17	264.83	494.7	0.657	22.4	12.0	0.0104	— 53.32	219.68	146.6	0.195	10.7
4.0	1.15	— 11.05	261.95	463.7	0.616	21.4							

Die höheren Lagen entsprechenden Beobachtungswerte entstammen Registrierballonbeobachtungen von Lindenberg aus den Jahren 1905 bis 1911; sie fußen auf einer Arbeit Wilhelm Peppers: „Die Zustandskurve der Temperatur im oberen Teile der Troposphäre usw.“, Arbeiten des Aeronaut. Observatoriums Lindenberg, VII. Bd. (1911), S. 253 ff.

Vermittelst der in dieser Arbeit bestimmten Temperaturgradienten wurden die Temperaturen der höheren Stufen ermittelt, reduziert auf die Beobachtungsperiode vom 1. Mai 1917 bis 31. April 1918. Die Dampfdruckwerte wurden mit den so ermittelten Temperaturen durch Zuhilfenahme meiner Formel berechnet, welche die mittlere Verteilung des Dampfdruckes als Funktion der mittleren Lufttemperatur gibt¹⁾. Die von uns gegebenen Zahlen sind in den höheren Schichten etwas kleiner als die von Süring gegebenen Werte²⁾.

Die in der Tabelle gegebenen Werte x_2 und x_1 sind mit den Werten $b_2 = 1.54$ und $b_1 = 0.0703$ berechnet. Diese Zahlen entsprechen den Annahmen von Abbot und Fowle, daß von der kurzwelligen Strahlung durchschnittlich 10%, von der langwelligen mindestens 90% bei mittleren Verhältnissen absorbiert werden. Auch Emden hat diese Schätzungen bei seinen Rechnungen verwandt.

Die Gesamtabsorption für eine Strahlungsgattung wird nach der Formel berechnet:

$$I = I_0 \cdot e^{-\int_0^m k \cdot dm}$$

Das Integral im Exponenten ist für die langwellige Strahlung $b_2 \cdot \psi(x)$, für die kurzwellige $b_1 \cdot \psi$. Setzen wir für $I: I_0$ $\%_{10}$ bzw. $\frac{1}{10}$, so ergeben sich die oben berechneten Werte der relativen Absorptionskoeffizienten b_2 und b_1 . Wir haben also:

$$k_2 = 1.54 \cdot f, \quad x_2 = 1.54 \psi(x); \quad k_1 = 0.0703 \cdot f, \quad x_1 = 0.0703 \psi(x).$$

Tabelle II.

ψ	E	ψ	E	ψ	E
0.000	10.6	0.01	15.5	0.2	22.8
0.001	11.5	0.02	17.3	0.3	24.1
0.002	12.3	0.03	18.0	0.4	24.9
0.003	13.1	0.04	18.8	0.5	25.6
0.004	13.6	0.05	19.2	0.6	26.0
0.005	13.9	0.06	19.5	0.7	26.5
0.006	14.3	0.07	19.9	0.8	26.9
0.007	14.6	0.08	20.3	0.9	27.3
0.008	14.9	0.09	20.6	1.0	27.7
0.009	15.2	0.10	20.8	1.1	28.1
0.010	15.5	0.11	21.0	1.2	28.4
		0.12	21.4	1.3	28.6
		0.13	21.6	1.4	28.8
		0.14	21.8	1.5	29.0
		0.15	21.9		
		0.16	22.1		
		0.17	22.3		
		0.18	22.5		
		0.19	22.7		
		0.20	22.8		

Zur Berechnung der Integrale, durch welche die Strahlungsströme dargestellt werden, ist es bequem, die Ausstrahlung als Funktion der Größe $x_2 = b_2 \cdot \psi(x)$ darzustellen. Obige Zusammenstellung gibt diese

¹⁾ Beiträge zur Physik der freien Atmosphäre, VIII. Bd., S. 86.

²⁾ Süring, Berliner Luftfahrten, III. Bd.

Größe als Funktion der Zahl $\psi(z)$, zu welcher x_2 proportional ist. E ist in Grammkalorien, cm^2 und Stunde ausgedrückt und nach der Stefanschen Formel berechnet:

$$E = s \cdot T^4, \text{ wo } s = 45,54 \cdot 10^{-10} \text{ ist.}$$

Wenn wir mit A. Wegener annehmen, daß die Verteilung des Wasserdampfes in der Stratosphäre dem Daltonschen Gesetz gehorcht, so können wir für die Verteilung des Wasserdampfes f in jener hohen Schicht die Beziehung aufstellen:

$$f = 0,0289 \cdot m^{0,622}.$$

Die Formel gilt von 12 km ab aufwärts. Für ψ gilt die Formel:

$$\psi = \int_0^m f \cdot dm = \int_0^{m_s} f \cdot dm + \int_{m_s}^m f \cdot dm.$$

Der erste Summand auf der rechten Seite ψ_s stellt bis auf einen konstanten Faktor die Strahlungsmasse der ganzen Stratosphäre dar, wenn m_s den Wert von m an der unteren Grenze dieser Schicht, also etwa in 12 km Höhe ist. Setzen wir $m = 0,195$ und für f den oben gegebenen Ausdruck, so ergibt sich nach leichten Rechnungen

$$\psi_s = 0,001255.$$

Wenn wir mit $b_2 = 1,54$ multiplizieren, erhalten wir für die Strahlungsmasse der Stratosphäre

$$x_s = 0,001883.$$

Dieser Wert ist so gering, daß es gleichgültig ist, ob wir ihn berücksichtigen oder nicht.

Ähnlich verhält es sich mit den Werten der Strahlungsströme in der Atmosphäre, oder besser ausgedrückt, mit den Anteilen, die die Stratosphäre durch ihren Gehalt an Wasserdampf liefert.

Dieser Anteil hat für beide Strahlungsströme den Wert $E_m \cdot x_s$, wo E_m die Ausstrahlung einer Schicht in der Stratosphäre ist, die ihrer Mitteltemperatur entspricht. Setzen wir diese Mitteltemperatur $= 233^\circ$, so wird

$$E_m = 14 \frac{\text{Grammkal.}}{\text{cm}^2 \cdot \text{Stunde}}, \text{ und damit } E_m x_s = 0,027 \frac{\text{Grammkal.}}{\text{cm}^2 \cdot \text{Stunde}}.$$

Auch diese Größe ist so klein, daß wir sie vernachlässigen können.

Der Schluß bleibt richtig, auch wenn wir eine etwas verschiedene Mitteltemperatur der Stratosphäre einsetzen. Bei der Berechnung der Strahlungsströme können wir demnach den Anteil, der von der Stratosphäre herrührt, vernachlässigen, und die Integration in der Höhe von 12 km beginnen lassen.

Es ist wohl zu beachten, daß dieser Schluß nur richtig ist, wenn wir allein die Rolle, die der Wasserdampf bei der Strahlung spielt, ins Auge fassen. Sollten andere absorbierende Substanzen, etwa Ozon oder Kohlensäure, in Frage kommen, wären die Anteile der Stratosphäre vielleicht nicht mehr zu vernachlässigen.

Wir berechnen nunmehr den Strahlungsstrom A nach der Formel

$$A = e^{\omega} \left(\sigma - \int_0^{\omega} e^{-x} E dx \right).$$

Das Integral

$$I_2 = \int_0^{\omega} e^{-x} \cdot E \cdot dx,$$

für das wir auch

$$I_2 = b_2 \frac{g}{R} \int_0^{\omega} \frac{f \cdot m}{T} e^{-b_2 \psi(z)} dz$$

schreiben können, hängt von b_2 ab. Wir setzen für b_2 mit genügender Annäherung den Wert 1,5, der nahezu einer Gesamtabsorption der langwelligen Strahlung im Betrage von $\frac{9}{10}$ entspricht, und finden für I_2 den Wert:

$$I_2 = 21,73 \frac{\text{Grammkal.}}{\text{cm}^2 \cdot \text{Stunde}}.$$

σ ist die effektive Sonnenstrahlung an der Grenze der Atmosphäre. Nehmen wir die Solarkonstante gleich 2 Grammkal. pro cm^2 und Minute, oder gleich 120 Grammkal. pro cm^2 und Stunde, so müssen wir, um σ zu erhalten, hiervon die Energiemengen abziehen, die die Lufthülle durch reine Reflexion verliert, da diese Menge nicht in die Wärmebilanz der Atmosphäre eintritt. Wir stützen uns mit Emden wiederum auf die Überlegungen Abbots und Fowles, um diesen Verlust zu bestimmen. Nach diesen Forschern werden durch die Luft, die Wolken und die Erdoberfläche 37% reflektiert. Rechnen wir mit dieser Energiealbedo von 0,37, so müssen wir, um die wirkliche Energiemenge zu erhalten, die Solarkonstante mit 0,63

multiplizieren. Das gibt $75.6 \frac{\text{Grammkal.}}{\text{cm}^2 \cdot \text{Stunde}}$. Verteilen wir diesen Betrag gleichmäßig auf die ganze Erdoberfläche, so müssen wir durch 4 dividieren, und erhalten so für σ den Wert:

$$\sigma = 18.9 \frac{\text{Grammkal.}}{\text{cm}^2 \cdot \text{Stunde}}.$$

Setzen wir diese Werte in unsere Formel für A ein, so ergibt die Klammer einen negativen Wert, da I_2 an der unteren Grenze des Luftmeeres zu 21.73 gefunden wurde. A wird also nach unserer Formel an der Erdoberfläche negativ. Das ist natürlich unmöglich.

Die soeben festgestellte Unstimmigkeit der Formel für A kann verschiedene Ursachen haben; man wird zunächst vermuten, daß die verschiedenen in ihr vorkommenden Konstanten nicht mit genügender Genauigkeit bestimmt sind. Da die in der Klammer auftretende Differenz positiv werden muß, kann man versuchen, zunächst durch Verkleinerung des Subtrahenden dieses zu erreichen. Die Schätzungen, die zur Bestimmung des relativen Absorptionskoeffizienten b_2 geführt haben, haben eine ziemlich unsichere Grundlage. Eine Untersuchung, ob eine zulässige Veränderung des Wertes von b_2 zum Ziele führt, ist daher am Platze. Wir haben den Wert des Integrals I_2 , der von der Größe des Koeffizienten b_2 abhängt, für verschiedene Werte von b_2 berechnet. Die folgende Tabelle gibt diese Abhängigkeit.

Tabelle III. Werte des Integrals $I_2 = \int_0^x e^{-x} E dx$ für verschiedene Werte von b_2 .

b_2	I_2	b_2	I_2	b_2	I_2
0.00	0.00	2.0	22.30	7.0	20.50
0.25	8.50	2.5	22.40	8.0	20.10
0.50	14.15	3.0	22.43	9.0	19.80
0.75	17.30	4.0	21.90	10.0	19.40
1.00	19.15	5.0	21.40	11.0	19.00
1.5	21.73	6.0	21.04	12.0	18.70
1.54	21.90				

Wir erkennen, daß b_2 entweder kleiner als 1 oder größer als 11.0 genommen werden muß, um positive Werte der Differenz $\sigma - I_2$ und damit des Strahlungsstromes A an der Erdoberfläche zu erzielen. b_2 kleiner als 1 zu nehmen, erscheint kaum angängig, da dann nur etwas mehr als $\frac{2}{10}$ der langwelligen Strahlung durch die Atmosphäre absorbiert würden. Abbot und Fowle geben selbst an, daß sie den von ihnen geschätzten Wert $\frac{9}{10}$ eher für zu klein als zu groß erachten. Aber auch ein Wert von b_2 größer als 11 erscheint unmöglich. Bei dieser Größenordnung von b würde die gesamte langwellige Strahlung von der Atmosphäre verschluckt werden.

Wir kommen also zu dem Resultat, daß wir durch Variation der Größe b_2 innerhalb der erlaubten Grenzen nicht dazu gelangen, die Unstimmigkeit in der Formel für A aufzuheben.

Wir könnten ferner den Versuch machen, den Minuenden, also die Größe σ , durch Abänderung unserer Schätzung der Energiealbedo a zu vergrößern.

σ ist gleich dem Produkt aus der Solarkonstante und dem Faktor $(1 - a)$, wenn a die Energiealbedo bedeutet. Für a hatten wir den Bruch 0.37 ebenfalls nach Schätzungen von Abbot und Fowle gewählt. Die Solarkonstante werden wir kaum vergrößern können; das verbieten die neuesten Resultate der Sonnenforschung. Wir erhalten einen positiven Wert der Klammerdifferenz, wenn wir die Energiealbedo kleiner als 0.26 ansetzen. Wenn auch der von Abbot und Fowle angenommene Wert 0.37 für das Lindenberger Beobachtungsjahr, das unseren Betrachtungen zugrunde liegt, vielleicht etwas zu groß ist, da in die Beobachtungsperiode mehrere Monate mit geringer Bewölkung fallen, halte ich es dennoch für unangebracht, die mittlere Albedo für Lindenberger auf den geringen Wert von 0.26 herabzusetzen. Also auch dieser Weg führt nicht zum Ziele, dem Energiestrom A an der Erdoberfläche positive Werte zu verleihen.

Es gibt noch einen dritten Weg, die Differenz $\sigma - \int_0^x E \cdot e^{-x} dx$ positiv zu machen. Die Annahme, daß eine Luftschicht streng nach dem Stefanschen Gesetze ausstrahlt, ist wohl nicht mit aller Genauigkeit aufrecht zu erhalten. Schon Ångström und Bigelow haben die Frage untersucht, ob die Strahlung genau proportional der vierten Potenz der absoluten Temperatur erfolge. Wenn wir den Exponenten der absoluten Temperatur etwas kleiner als 4 ansetzen, etwa $4 - \varepsilon$, können wir durch eine Überschlagsrechnung erweisen,

daß schon ein kleiner Wert von ϵ genügt, um das gewünschte Resultat herbeizuführen. Setzen wir an der Erdoberfläche den Erdstrom A gleich der Ausstrahlung der untersten Luftschicht, also gleich 29.0, so haben wir die Gleichung:

$$29.0 = e^x \left(18.9 - \int_0^x s \cdot T^4 \cdot T^{-\epsilon} \cdot e^{-x} \cdot dx \right).$$

Bedeutet T_m einen bestimmten Mittelwert von T , so können wir hierfür schreiben:

$$29.0 = e^x \left(18.9 - T_m^{-\epsilon} \int_0^x s \cdot T^4 \cdot e^{-x} \cdot dx \right).$$

Das Integral hat, wie oben angegeben, den Wert 21.73, so daß sich für $T_m^{-\epsilon}$ ergibt:

$$T_m^{-\epsilon} = \frac{18.9 - 29.0 \cdot e^{-x}}{21.73} = \frac{18.9 - 29.0 \cdot 0.106}{21.73}.$$

Diese Gleichung ergibt für ϵ den Wert 0.057, wenn wir für T_m das arithmetische Mittel 255° aus den Temperaturen aller Höschichten setzen. Also schon die geringe Verkleinerung des Exponenten 4 um 0.06 führt zum Ziele.

Unsere Betrachtungen machen es wahrscheinlich, daß die einzelnen Luftschichten nicht genau dem Stefanschen Strahlungsgesetze folgen, sondern daß der Exponent der absoluten Temperatur etwas kleiner als 4 ist.

Für die folgenden Untersuchungen werden wir jedoch den Exponenten 4 beibehalten, da in den Formeln wesentlich die Differenz der Strahlungsströme auftritt, und es wenig darauf ankommt, ob die Strahlungsströme in den größeren Höhen um einige Grammkalorien größer errechnet werden, als sie es in Wirklichkeit sind. Die Kenntnis der Größe der Strahlungsströme soll uns in erster Linie instand setzen, bis zu 4 km Höhe die stündliche Abkühlung der einzelnen Luftschichten zu berechnen.

Zu diesem Zwecke ist es erlaubt, hier die leichte Abweichung vom Stefanschen Gesetze zu vernachlässigen. Für b_2 werden wir den Wert 1.5 wählen. Um A , den dunklen Erdstrom, zu berechnen, werden wir ferner annehmen, daß er in der untersten Luftschicht gleich der Ausstrahlung dieser Schicht, berechnet nach dem Stefanschen Strahlungsgesetz, ist. Wahrscheinlich ist A etwas größer, doch kann die Abweichung im Mittel nicht sehr groß sein.

Bei der Berechnung der Werte von A wollen wir von unten nach oben schreiten. Es ist deshalb geboten, die Formel

$$A = e^x \cdot \left(\sigma - \int_0^x e^{-x} \cdot E \cdot dx \right)$$

etwas umzuändern. Bezeichnen A_u und x_u die Werte in der untersten Schicht, die unmittelbar der Erdoberfläche aufliegt, so haben wir:

$$A_u = e^{x_u} \cdot \left(\sigma - \int_0^{x_u} e^{-x} \cdot E \cdot dx \right).$$

Durch Kombination beider Gleichungen erhalten wir leicht die Formel:

$$A = A_u \cdot e^{-(x_u - x)} + e^x \int_x^{x_u} E \cdot e^{-x} \cdot dx.$$

Lassen wir x genügend nahe an x_u fallen, so können wir einen bestimmten Mittelwert E_m vor das Integral setzen und die Integration ausführen. Wir erhalten so die für die Rechnung bequeme Formel:

$$A = E_m + (A_u - E_m) \cdot e^{-(x_u - x)}.$$

Den Strahlungsstrom B berechnen wir von oben nach unten. Wir können mit genügender Annäherung annehmen, daß B in 12 km Höhe den Wert 0 hat, mit dem Vorbehalt, daß dieser Schluß nur richtig ist, wenn allein die Absorption des Wasserdampfes berücksichtigt wird, und nicht noch andere absorbierende Substanzen in Frage kommen.

Die Formel für $B = e^{-x} \cdot \int_0^x e^x \cdot E \cdot dx$ kann dann wieder in eine für die numerische Rechnung bequeme Form gebracht werden. Bedeuten x_o und x zwei nahe aneinanderliegende Werte von x , von denen x_o der höherliegende und damit der kleinere ist, so ist, wie leicht zu finden:

$$B_{(x)} = E_m - (E_m - B) \cdot e^{-(x - x_o)}.$$

Bei der Ausführung der Rechnung wurden die Tabellen so angelegt, daß x zunächst von 12 km abwärts in Intervallen von 0.003 bis zu 0.015 geht, dann in Intervallen von 0.03 bis 0.30, endlich in Intervallen von 0.15 bis 2.25, dem Werte von x_2 , der der untersten Luftschicht entspricht.

Auf diese Weise ist einmal die genügende Genauigkeit bei der Integration erreicht worden, andererseits sind die Höhenschichten so gewählt worden, daß sie gerade in den untersten Luftschichten, wo die strahlenden Massen am dichtesten gelagert sind, in hinreichend kleinen Entfernungen sich befinden.

Die Tabelle gibt die Resultate aller Rechnungen in übersichtlicher Form. Sie enthält 15 Spalten, deren Bedeutung sich durch die Überschriften kennzeichnet. Die durch die Beobachtung festgelegten Elemente sind für die Ausdehnung der Tabelle durch graphische Interpolation bestimmt worden. Die in der Kolonne 12 gegebene Größe ΔT bedeutet die stündliche Abkühlung der Luftschicht durch die langwellige Strahlung; sie wurde durch Division der Größe dQ_2 durch die spezifische Wärme bei konstantem Druck erhalten. Spalte 13

Tabelle IV. Lindenberg.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
H	x_2	x_1	E	A	B	$A+B-2E$	f	k_2	k_1	dQ_2	ΔT C°	B_1	dQ_1	X
12.00	0.000	0.0000	10.1	24.7	0.0	+ 0.5	0.0104	0.016	0.0007	+ 0.008	+ 0.0000	24.7	0.02	— 0.03
8.98	0.003	0.0001	12.3	24.8	0.0	+ 0.2	0.032	0.048	0.002	+ 0.010	+ 0.0000	24.7	0.05	— 0.06
7.95	0.006	0.0003	13.6	24.8	0.1	— 2.3	0.05	0.08	0.004	— 0.186	— 0.0000	24.7	0.09	+ 0.10
7.50	0.009	0.0004	14.3	24.8	0.1	— 3.7	0.08	0.11	0.005	— 0.414	— 0.0000	24.7	0.13	0.29
7.22	0.012	0.0006	14.9	24.9	0.2	— 4.8	0.11	0.16	0.007	— 0.76	— 0.0000	24.7	0.18	0.60
7.00	0.015	0.0007	15.5	24.9	0.2	— 5.9	0.14	0.22	0.010	— 1.27	— 0.005	24.7	0.25	1.0
6.19	0.030	0.0014	17.3	25.0	0.4	— 9.1	0.27	0.41	0.019	— 3.8	— 0.016	24.7	0.47	3.3
5.45	0.060	0.0028	18.8	25.2	1.0	— 11.4	0.53	0.80	0.037	— 9.2	— 0.039	24.6	0.91	8.3
4.95	0.090	0.0042	19.5	25.4	1.5	— 12.1	0.74	1.11	0.052	— 13.4	— 0.053	24.6	1.3	12.1
4.59	0.12	0.0056	20.3	25.6	2.1	— 13.0	0.87	1.31	0.061	— 17.0	— 0.07	24.6	1.5	16.5
4.20	0.15	0.0070	20.8	25.8	2.6	— 13.2	0.98	1.47	0.069	— 19.4	— 0.08	24.5	1.7	17.7
4.08	0.18	0.0084	21.4	25.9	3.2	— 13.8	1.10	1.65	0.077	— 22.7	— 0.10	24.5	1.9	20.8
3.87	0.21	0.0098	21.8	26.0	3.6	— 14.0	1.21	1.82	0.085	— 25.4	— 0.11	24.5	2.1	23.3
3.69	0.24	0.0112	22.2	26.2	4.2	— 14.0	1.35	2.03	0.095	— 28.4	— 0.12	24.4	2.3	26.1
3.52	0.27	0.0126	22.5	26.3	4.7	— 14.0	1.50	2.25	0.105	— 31.6	— 0.13	24.4	2.6	29.0
3.36	0.30	0.0140	22.8	26.4	5.2	— 14.0	1.61	2.42	0.113	— 33.9	— 0.14	24.3	2.8	31.1
2.76	0.45	0.0210	24.1	26.9	7.8	— 13.6	2.19	3.29	0.153	— 44.7	— 0.19	24.2	3.7	41.0
2.34	0.60	0.028	24.9	27.2	10.1	— 12.5	2.70	4.05	0.189	— 50.5	— 0.21	24.0	4.5	46.0
2.00	0.75	0.035	25.6	27.6	12.2	— 11.4	3.15	4.73	0.221	— 54.1	— 0.23	23.8	5.3	48.6
1.69	0.90	0.042	26.0	27.8	14.1	— 10.1	3.62	5.43	0.253	— 54.5	— 0.23	23.7	6.0	48.8
1.42	1.05	0.049	26.5	28.1	15.8	— 9.1	4.07	6.11	0.285	— 55.7	— 0.23	23.5	6.7	49.0
1.20	1.20	0.056	26.9	28.3	17.3	— 8.2	4.49	6.74	0.314	— 55.1	— 0.23	23.3	7.3	47.8
1.02	1.35	0.063	27.3	28.5	18.7	— 7.4	4.48	7.32	0.342	— 54.2	— 0.23	23.2	7.9	46.3
0.82	1.50	0.070	27.7	28.7	19.9	— 6.8	5.19	7.79	0.363	— 53.1	— 0.22	23.0	8.4	44.7
0.65	1.65	0.077	28.1	28.8	21.0	— 6.4	5.49	8.24	0.384	— 52.6	— 0.22	22.8	8.8	43.8
0.51	1.80	0.084	28.4	28.9	22.0	— 5.9	5.79	8.69	0.405	— 51.2	— 0.22	22.7	9.2	42.0
0.39	1.90	0.089	28.6	29.0	22.9	— 5.3	6.14	9.21	0.430	— 49.1	— 0.21	22.6	9.7	39.4
0.30	2.10	0.098	28.8	29.0	23.7	— 4.9	6.46	9.69	0.452	— 47.4	— 0.20	22.4	10.1	37.3
0.122	2.25	0.105	29.0	29.0	24.4	— 4.6	6.81	10.22	0.477	— 46.4	— 0.20	22.2	10.6	36.0

Die Wärmemengen sind in $\frac{\text{Grammkalorien}}{\text{cm}^2 \cdot \text{Stunde}}$ gegeben.

gibt den kurzwelligen Strahlungsstrom B der Sonnenstrahlung, während die nächste Spalte die von jeder Schicht absorbierte Wärmemenge, herrührend von dieser Strahlung, enthält. Auf die Bedeutung der in der 15. Spalte enthaltenen Wärmemenge X werden wir noch näher zu sprechen kommen.

Die dunkle Erdstrahlung A_2 setzt am Boden mit dem Werte $29.0 \frac{\text{Grammkal.}}{\text{cm}^2 \cdot \text{Stunde}}$ ein, nimmt sehr langsam mit der Erhebung über dem Erdboden ab, sie ist in etwa 10 km Höhe auf den konstanten Wert 24.71 gesunken, den sie durch die ganze Stratosphäre hindurch bis zu den obersten Schichten beibehält; die von oben kommende Gegenstrahlung B nimmt erst in tieferen Schichten in Betracht kommende Werte an, sie hat noch in 4 km über dem Boden den geringen Wert von 3 Grammkal., wächst dann aber sehr schnell und erreicht ihren größten Wert am Erdboden mit 24.4 Grammkal. Das Verhältnis der Gegenstrahlung zum Bodenwert der Ausstrahlung E_0 beträgt 0.84. Dasselbe Verhältnis gilt natürlich zum Bodenwert der dunklen Erdstrahlung.

dQ_2 in der Kolonne 11 gibt die Wärmemenge wieder, die jede Luftschicht durch langwellige Strahlung in einer Stunde pro cm^2 verliert. Diese Größe nimmt zunächst von unten nach oben zu, das Maximum wird in 1420 m Höhe erreicht. In dieser Höhe verliert also die Atmosphäre über Lindenberg am meisten Wärme, nämlich $56 \frac{\text{Grammkal.}}{\text{cm}^2 \cdot \text{Stunde}}$. Dieser Wärmeverlust mindert sich allmählich mit weiter wachsender Höhe. In

7 km Höhe ist Verlustzahl bereits auf nahezu eine Grammkalorie gesunken. Zwischen 8 und 9 km wird der Wärmeverlust = 0, um noch höher in einen leichten Wärmegewinn überzugehen. Diese Zahlen bleiben in allen höheren Schichten sehr gering; sie drücken wohl nichts anderes aus, als daß in allen diesen Schichten das Strahlungsgleichgewicht fast ganz durch die Wärmebilanz hergestellt ist. Die den soeben gegebenen Wärmeverlusten entsprechende stündliche Abkühlung in Celsiusgraden finden wir in der nächsten Spalte 12. Am Boden beträgt die Temperaturerniedrigung etwa $\frac{2}{10}^{\circ}$ pro Stunde durch die nächtliche Strahlung; die Abkühlung wächst allmählich mit steigender Höhe bis zum Maximum von 0.23° , in 1420 m Höhe, um von da wieder abzufallen. In 7 km Höhe beträgt der stündliche Temperaturabfall nur noch 5 Tausendstel Grad; die in 8.5 km eintretende Erwärmung ist noch geringer. Es ist vielleicht von Wert, zu bemerken, daß in noch höheren Schichten der Stratosphäre wieder eine sehr geringe Abkühlung einsetzt, entsprechend dem wachsenden T und dem dadurch sich vergrößernden Werte von E .

In der 15. Spalte haben wir eine Wärmemenge X ausgeschrieben, die folgende Bedeutung hat:

Die Temperatur- und Dampfdruckmittel, die unseren Rechnungen zugrunde liegen, entsprechen einem stationären Zustand, so daß sie also zeitlich als konstant zu betrachten sind. Dieses bedingt aber, daß in jeder Schicht die durch die Wärmeprozesse erzeugten Wärmemengen zusammen die Summe 0 ergeben müssen. Kämen nur die Wärmemengen der Strahlung in Betracht, so müßten $dQ_1 + dQ_2$ in allen Schichten = 0 sein. Das ist in den unteren Schichten auch nicht annähernd der Fall. Hier kommen aber auch die Wärmemengen der anderen Wärmeprozesse am meisten zur Geltung. Hier werden als wirksame Faktoren vor allem die Konvektion, die Advektion, dann aber auch die Kondensation und Verdunstung sich geltend machen. Die Summe aller dieser Wärmemengen, die nicht mit dem Strahlungsprozeß zusammenhängen, bezeichnen wir mit dem Buchstaben X . Der stationäre Zustand verlangt dann die Gleichung:

$$dQ_2 + dQ_1 + X = 0.$$

Aus dieser Gleichung ist die in Spalte 15 enthaltene Größe X berechnet. Der Verlauf dieser Wärmeprozesse als Funktion der Höhe ist sehr interessant. X erreicht seinen größten Wert nicht in der Nähe der Erdoberfläche, sondern dort, wo die größte Abkühlung durch langwellige Strahlung stattfindet. Wir gehen wohl nicht fehl, wenn wir dieses Maximum der hier frei werdenden Kondensationswärme zuschreiben. Dort, wo wir die größte Abkühlung der Luftschichten gefunden haben, wird es auch zur ergiebigsten Verdichtung des Wasserdampfes kommen, dort wird auch die meiste Wärme infolge dieses Prozesses frei werden. Die Größe X , die als einen ihrer wichtigsten Konstituenten die Wärme der Kondensationsprozesse enthält, wird hier infolgedessen einen bedeutenden Zuwachs erhalten. Hinzu kommt auch, daß wir ungefähr in die Höhe von 1400 m für unsere Breiten die Zone legen müssen, wo sich die größte Niederschlagsbildung vollzieht. Oberhalb 2 km nimmt die Größe X schnell ab, bei 4 km beträgt sie etwa 20 Grammkal., und in 7 km ist sie bereits auf 1 Grammkal. gesunken. Dieses Verhalten ist wohl ein Beweis, daß wir es oberhalb 2 km allein mit der mit der Höhe schnell abnehmenden Konvektionswärme zu tun haben. Die Zahlen der Spalte 15 versinnbildlichen deshalb von 2 km an aufwärts den Betrag der von unten heraufgeführten Konvektionswärme, in der aber noch die Beträge der Advektionswärme enthalten sein können. Ich bin der Ansicht, daß diese Werte im Vergleich zu der Konvektion gering sind. — Von 9 km ab wird X negativ. Die Werte sind aber so klein, daß sie kaum in Betracht kommen. Immerhin ist festzustellen, daß genaues Strahlungsgleichgewicht nur in einer dünnen Schicht, bei 8.8 km, herrscht. Oberhalb ist $dQ = dQ_2 + dQ_1$ positiv. Theoretisch betrachtet wird also hier jede Luftschicht erwärmt. Dieser Zustand bleibt mindestens so lange bestehen, als

$$dQ_2 = k_2(A_2 + B_2 - 2E_2)$$

positiv bleibt, denn dQ_1 ist stets positiv.

In diesen hohen Schichten können wir $B = 0$ und $A = 24.7$ setzen. In der Stratosphäre wird demgemäß dQ sicher positiv sein, solange $2E_2 < A_2$ ist. Die folgende kleine Zusammenstellung gibt die Temperaturen der Stratosphäre bis zu 23 km. Ich habe diese aus den Zusammenstellungen der Internationalen Kommission für wissenschaftliche Luftschiffahrt berechnet:

h	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23 km
T°	218.6 ⁰	219.0 ⁰	219.3 ⁰	219.7 ⁰	220.1 ⁰	220.7 ⁰	221.2 ⁰	221.8 ⁰	222.2 ⁰	223.2 ⁰	224.0 ⁰	224.6 ⁰
E	10.40	10.47	10.53	10.65	10.69	10.80	10.90	11.02	11.10	11.30	11.47	11.59

dQ_2 ist danach in der Stratosphäre bis mindestens 23 km positiv. Eine Abkühlung kann erst wieder stattfinden, wenn in noch höheren Schichten die Temperatur auf -44° gestiegen ist. Wo dieses eintritt, ist noch nicht genau nach den Beobachtungen bestimmbar. Wahrscheinlich in der ungefähren Höhe von 30 km.

Es ist das ein immerhin bemerkenswertes Resultat, da es ausspricht, daß in den uns zugänglichen Teilen der Stratosphäre genau genommen kein Strahlungsgleichgewicht herrscht. Um ein Strahlungsgleichgewicht herbeizuführen, muß in jeder Luftschicht zwischen 9 und 30 km stündlich eine kleine Wärmemenge hinweggeführt werden.

Dann kommt wieder eine Schicht, wo genaues Strahlungsgleichgewicht herrscht. Noch höher kühlen sich die Luftschichten durch den Strahlungsprozeß wieder ab. Es ist nicht unwahrscheinlich, daß dieser Prozeß sich öfters wiederholt; darauf deutet auch der blätterige Zustand der Stratosphäre hin, auf den schon Teisserenc de Bort aufmerksam gemacht hat. Die Temperatur ist in den einzelnen Höhengschichten nicht konstant, auch nimmt sie nicht gleichmäßig zu, sondern zeigt geringen Abfall, unterbrochen von Zunahme.

Auf jeden Fall sind von 9 km ab aufwärts die Wärmemengen X , die man zu $dQ_2 + dQ_1$ hinzufügen muß, um völliges Wärmegleichgewicht zu erzielen, so gering, daß überall nahezu das Strahlungsgleichgewicht erreicht wird. Die wesentliche Ursache für dieses Verhalten ist aber der Umstand, daß die Absorptionskoeffizienten k_1 und k_2 in den hohen Schichten über 9 km wegen der dort herrschenden großen Armut an Wasserdampf so klein sind, daß sowohl dQ_2 als dQ_1 völlig verschwinden.

Emden hat gezeigt, daß dort die Temperaturen der einzelnen Schichten nur noch von dem Verhältnis $k_2:k_1$, also zweier sehr kleiner, nicht näher bestimmbarer Größen abhängen. Das Problem wird also unbestimmt und ist mit den jetzigen Beobachtungen nicht lösbar.

4. Die Strahlungsströme über Batavia.

v. Bemmelen in Batavia hat auf Anregung der Internationalen Kommission für wissenschaftliche Luftfahrt aerologische Aufstiege in Batavia ausgeführt und die Resultate in dankenswerter und ausführlicher Weise veröffentlicht: Koninklijk Magnetisch en Meteorologisch Observatorium te Batavia. Verhandelingen No. 4, Results of Registering Balloon at Batavia, 1916.

Da durch diese Beobachtungen die Temperatur- und Feuchtigkeitsverhältnisse einer Tropenstation bis zu großen Höhen festgelegt sind, schien es mir von Wichtigkeit, dieselben Rechnungen, die ich im vorigen Abschnitt für Lindenberg angestellt habe, auch für Batavia auszuführen.

In den Veröffentlichungen ist die Temperaturverteilung bis zu genügend großen Höhen gegeben. Das Verhalten des Dampfdruckes ist durch folgende Tabelle festgelegt:

h	0	1.75	4.5	7.0	9.5 km
f	21.0	10.1	3.2	0.8	0.13 mm.

Ich habe bereits in meiner Arbeit über die mittlere Verteilung des Dampfdruckes¹⁾ gezeigt, daß man auch diese Beobachtungsreihe gut durch die von mir gegebene Formel für die mittlere Verteilung des Dampfdruckes als Funktion der Lufttemperatur wiedergeben kann. Ich habe deswegen für die Zwischenstufe den Dampfdruck nach der von mir gegebenen Formel berechnet. Ganz in derselben Weise wie für Lindenberg wurden dann die Strahlungsmassen unter Vermittlung der Funktion $\psi(z)$ bestimmt, die Ausstrahlung E jeder Luftschicht nach dem Stefanschen Gesetze ausgewertet und so alle Elemente gewonnen, um die Strahlungsströme A und B , die Wärmemengen dQ_2 , dQ_1 , X usw. zu bestimmen.

Einzelausführung kann ich hier unterlassen, da alle Grundlagen für die Rechnung im vorigen Abschnitt gegeben sind.

Die folgende Tabelle entspricht in ihrer Anlage ganz der Tabelle IV. Die Bedeutung der einzelnen Spalten kann dort ersehen werden. Entsprechend dem großen Dampfgehalt der Luftschichten in den Tropen sind hier die Strahlungsmassen der langwelligen und kurzwelligen Strahlung in den untersten Schichten in viel intensiverer Weise angehäuft als bei uns. α_2 hat am Boden mehr als den vierfachen Wert wie in Lindenberg. Die Ausstrahlung der untersten Luftschicht ist auf 36 Grammkal. in der Stunde gestiegen. Für den Strahlungsstrom A ist wieder angenommen worden, daß er gleich der Ausstrahlung der untersten Luftschicht, also gleich 36.4 Grammkal., ist. Diese Energieströmung nimmt wie bei uns langsam mit der Höhe ab. In den untersten Schichten bis 500 m ist fast gar keine Änderung vorhanden. In 2 km beträgt A noch 33 Kal., in 5 km 28.3, in 18 km Höhe ist A auf 25.7 Kal. gesunken, um nun bis zur oberen Grenze des Luftmeeres nahezu denselben Wert zu behalten. Dieser Grenzwert entspricht auch in den Tropen nicht der durch andere Erwägungen bestimmten Größe σ , er ist sogar noch etwas größer als über Lindenberg. Die durch die Theorie Schwarzschilds aufgestellte Formel für A zeigt daher dieselbe Unstimmigkeit wie bei uns. Dieselben Bemerkungen, die wir über dieses Verhalten im zweiten Abschnitt gemacht haben, gelten auch hier. Die Unstimmigkeit kann wohl nur durch die Verkleinerung des Exponenten im Stefanschen Strahlungsgesetz um eine geringe Größe ϵ beseitigt werden.

Bei den weiteren Auswertungen haben wir diese Reduzierung jedoch nicht vorgenommen, sondern mit einem Grenzwert des Strahlungsstromes A in den höchsten Schichten der Atmosphäre: $\sigma = 25.7$ Grammkal. gerechnet.

¹⁾ Beiträge zur Physik der freien Atmosphäre, VIII. Bd., Heft 2, S. 86 ff.

Tabelle V. Batavia.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
H	w_2	w_1	E	A	B	$A+B-2E$	f	k_2	k_1	dQ_2	ΔT C°	B_1	dQ_1	X
18.0	0.000	0.0000	5.8	25.7	0.00	+ 14.1	0.00007	0.00011	0.00005	+ 0.0014	+ 0.	25.7	0.00	- 0.001
10.50	0.003	0.0001	14.0	25.7	0.03	- 2.3	0.056	0.084	0.0039	- 0.19	- 0.001	25.7	0.10	+ 0.09
9.90	0.006	0.0003	15.0	25.7	0.07	- 4.2	0.10	0.15	0.007	- 0.63	- 0.003	25.7	0.18	0.45
9.53	0.009	0.0004	15.6	25.7	0.12	- 5.3	0.15	0.23	0.011	- 1.2	- 0.005	25.7	0.28	0.94
9.25	0.012	0.0006	16.2	25.8	0.17	- 6.4	0.19	0.29	0.013	- 1.9	- 0.01	25.7	0.33	1.5
9.03	0.015	0.0007	16.8	25.8	0.22	- 7.6	0.22	0.33	0.015	- 2.5	- 0.01	25.7	0.39	2.1
8.31	0.030	0.0014	18.4	25.9	0.47	- 10.4	0.36	0.54	0.025	- 5.6	- 0.02	25.6	0.64	5.0
7.50	0.060	0.0028	19.8	26.1	1.1	- 12.4	0.60	0.90	0.042	- 11.2	- 0.05	25.6	1.1	10.1
6.98	0.09	0.0042	20.8	26.4	1.6	- 13.6	0.83	1.25	0.058	- 17.0	- 0.07	25.6	1.5	15.6
6.63	0.12	0.0056	21.5	26.6	2.2	- 14.2	1.02	1.53	0.071	- 21.7	- 0.09	25.5	1.8	20.9
6.34	0.15	0.0070	22.0	26.8	2.8	- 14.4	1.20	1.80	0.084	- 25.9	- 0.11	25.5	2.1	23.8
6.07	0.18	0.0084	22.6	27.0	3.4	- 14.8	1.36	2.04	0.095	- 30.2	- 0.13	25.5	2.4	27.8
5.85	0.21	0.0098	23.1	27.2	4.1	- 14.9	1.52	2.28	0.106	- 34.0	- 0.14	25.4	2.7	31.3
5.67	0.24	0.0112	23.4	27.4	4.7	- 14.7	1.68	2.52	0.118	- 37.0	- 0.16	25.4	3.0	34.0
5.50	0.27	0.0126	23.7	27.6	5.3	- 14.5	1.83	2.75	0.128	- 39.9	- 0.17	25.4	3.3	36.6
5.33	0.30	0.0140	24.1	27.8	5.9	- 14.5	1.97	2.97	0.138	- 43.1	- 0.18	25.3	3.5	39.6
5.19	0.33	0.0154	24.4	28.0	6.5	- 14.4	2.11	3.17	0.148	- 45.6	- 0.19	25.3	3.7	41.9
5.05	0.36	0.0168	25.1	28.3	7.0	- 14.3	2.25	3.38	0.158	- 48.7	- 0.21	25.3	4.0	44.7
4.92	0.39	0.0182	25.2	28.5	7.5	- 14.2	2.39	3.59	0.167	- 51.7	- 0.22	25.2	4.2	47.5
4.81	0.42	0.0196	25.4	28.7	8.0	- 14.1	2.52	3.78	0.176	- 52.9	- 0.22	25.2	4.4	48.5
4.72	0.45	0.0210	25.6	28.9	8.5	- 13.8	2.62	3.93	0.183	- 54.2	- 0.23	25.1	4.6	49.6
3.85	0.75	0.0350	27.3	29.8	13.2	- 11.6	3.9	5.85	0.273	- 67.9	- 0.29	24.8	6.8	61.1
3.30	1.05	0.0490	28.4	30.4	17.0	- 9.4	5.0	7.50	0.350	- 70.5	- 0.30	24.4	8.5	62.0
2.90	1.35	0.063	29.4	31.0	20.1	- 7.7	5.9	8.85	0.413	- 68.1	- 0.29	24.2	10.0	58.1
2.57	1.65	0.077	30.2	31.6	22.5	- 6.2	6.9	10.4	0.483	- 64.5	- 0.27	23.8	11.5	53.0
2.27	1.95	0.091	30.5	32.0	24.5	- 5.4	7.8	11.7	0.546	- 63.2	- 0.27	23.5	12.8	50.4
2.00	2.25	0.105	32.1	33.4	26.3	- 4.5	8.9	13.4	0.623	- 60.3	- 0.25	23.1	14.4	45.9
1.60	2.85	0.133	32.9	33.9	29.2	- 2.7	10.6	15.9	0.742	- 42.9	- 0.18	22.5	16.7	26.2
1.25	3.45	0.161	33.7	34.5	31.0	- 1.9	12.3	18.5	0.861	- 35.2	- 0.15	21.9	18.9	16.3
0.930	4.05	0.189	34.4	34.9	32.3	- 1.6	13.9	20.9	0.973	- 33.4	- 0.14	21.3	20.6	11.8
0.700	4.65	0.217	34.9	35.3	33.2	- 1.4	15.4	23.1	1.08	- 32.3	- 0.14	20.7	22.4	9.9
0.470	5.25	0.245	35.4	35.7	33.9	- 1.2	16.9	25.4	1.18	- 30.5	- 0.13	20.1	23.7	6.8
0.250	5.85	0.273	35.9	36.1	34.6	- 1.0	19.6	29.4	1.37	- 29.6	- 0.12	19.6	26.8	2.5
0.070	6.45	0.301	36.3	36.4	35.2	- 0.9	20.2	29.8	1.41	- 29.4	- 0.12	19.0	26.9	2.2
0.000	6.75	0.315	36.4	36.4	35.5	- 0.9	20.7	31.1	1.45	- 28.0	- 0.118	18.7	27.1	0.9

Die Wärmemengen sind in $\frac{\text{Grammkalorien}}{\text{cm}^2 \cdot \text{Stunde}}$ gegeben.

Die Gegenstrahlung B der tropischen Atmosphäre setzt in 18km mit einem verschwindenden Werte ein, nur langsam vergrößert sie sich in den höchsten Schichten; von 18km bis zu 7.5km steigt sie allmählich auf 1 Grammkal. Entsprechend dem zunehmenden Wasserdampfgehalt wächst sie nun etwas schneller, in 3km Höhe hat die Gegenstrahlung etwa 20 Grammkal. erreicht. Da von jetzt ab die Strahlungsmasse schnell anwächst, steigt auch B bedeutend. In 1km Höhe ist der Wert dieses Strahlungsstromes bereits größer als 30, am Boden des tropischen Luftmeeres hat die Gegenstrahlung der Atmosphäre den hohen Wert von 35.5 Grammkal. erreicht. Die vom Luftmeer zugestrahlte Wärmemenge beträgt also mehr als 97% der dunklen Erdstrahlung, oder, was nach unserem Ansatz dasselbe ist, der Ausstrahlung der untersten Bodenschicht der Atmosphäre. In Lindenberg betrug diese Zahl nur 84%. Die Gegenstrahlung ist also in den Tropen bedeutend mächtiger als bei uns. Es ist dies natürlich ein reiner Effekt der großen Wasserdampfmenen in den unteren Schichten der tropischen Atmosphäre.

Besonders interessant gestaltet sich in den niedrigen Breiten das Verhalten der Wärmemengen dQ_2 und dQ_1 , die jeder Luftschicht durch die langwellige und kurzwellige Strahlung zukommen.

Auch in der tropischen Atmosphäre verursacht die langwellige Strahlung bis nahezu 12km Abkühlung. Die durch diesen Strahlungsprozeß entzogene Wärme ist verhältnismäßig gering in der untersten Luftschicht (28 Kal.), sie steigt langsam an und erreicht ihr Maximum in 3850m Höhe, um dann allmählich abzufallen und über 11km den Wert 0 zu erreichen. Das Maximum der langwelligen (nächtlichen) Strahlung liegt also bedeutend höher als bei uns, wo der höchste Wert bereits in 1420m Höhe gewonnen wird. Bemerkenswert ist, daß der Wärmeverlust infolge der langwelligen Strahlung in den unteren Schichten bei uns bedeutend

größer ist als in den Tropen. In Lindenberg ist er mehr als das Anderthalbfache des Wärmeverlustes über Batavia. Der Grund ist natürlich die mächtige Gegenstrahlung im tropischen Luftmeer in den unteren Schichten.

Dagegen ist das Maximum der Wärmeentziehung in den höheren Schichten über Batavia viel mehr entwickelt als bei uns. 71 Grammkal. in den Tropen stehen 56 Kal. über Lindenberg gegenüber. Entsprechend diesen Wärmeverlusten verhält sich die stündliche Abkühlung der einzelnen Luftschichten. Die nächtliche stündliche Temperaturniedrigung beträgt in den unteren Schichten über Batavia beinahe nur die Hälfte wie über Lindenberg. Dagegen kühlt sich die Atmosphäre über Batavia in 3300 m Höhe um 0.30° ab, während die Temperatur über Lindenberg in 1420 m Höhe um 0.23° in der Stunde sinkt.

Die absorbierte Sonnenwärme dQ_1 ist in den obersten Schichten dank unserer Annahme über den Absorptionskoeffizienten k_1 , daß er proportional dem Dampfdruck sei, fast Null; sie wächst bedeutend mit sinkender Höhe und erreicht in den bodennahen Schichten des Luftmeeres den Wert von 27 Grammkal., wird also beinahe ebenso groß als die Wärmemenge, die dort durch die langwellige Strahlung verloren wird. Bei uns beträgt die in der Bodenschicht infolge des Wasserdampfes absorbierte Sonnenwärme kaum den vierten Teil des Wärmeverlustes durch die langwellige Strahlung. Dieses Verhalten bewirkt den Hauptunterschied zwischen der tropischen Wärmebilanz und der unserer Breite.

Die Wärme X , die nach früheren Ausführungen alle Wärmemengen zusammenfaßt, die nichts mit dem Strahlungsprozeß direkt zu tun haben, wird deshalb am Grunde der tropischen Atmosphäre beinahe genau gleich Null, ebenso wie dQ_2 und dQ_1 sich fast völlig aufheben.

Die Wärmebilanz wird in den unteren Luftschichten der Tropen daher durch die beiden Gleichungen gegeben:

$$\begin{aligned} 1) \dots\dots\dots dQ_1 + dQ_2 &= 0, \\ 2) \dots\dots\dots X &= 0, \end{aligned}$$

während bei uns außer der Beziehung $dQ_1 + dQ_2 + X = 0$ noch die Ungleichheiten bestehen:

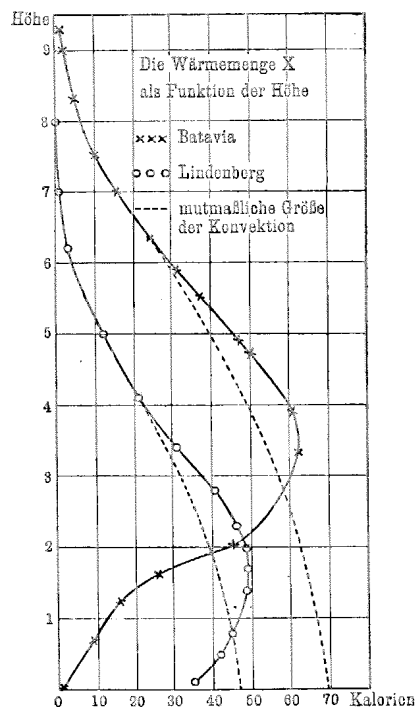
$$\begin{aligned} dQ_1 + dQ_2 &< 0, \\ X &> 0. \end{aligned}$$

Das Bestehen der Gleichung $dQ_1 + dQ_2 = 0$ könnte auf den Gedanken bringen, daß in den unteren tropischen Luftschichten nahezu Strahlungsgleichgewicht herrschen müsse. Dieser Schluß wäre richtig, wenn die Wärmemenge X nicht aus verschiedenen Anteilen bestände, die sich gegenseitig aufheben. X setzt sich nämlich aus der Konvektionswärme, der Verdunstungswärme, der Kondensationswärme und noch anderen sekundären Wärmequellen zusammen. Wären alle diese Einzelbestandteile von X jeder für sich gleich Null, so müßte man in den unteren Schichten von einem Strahlungsgleichgewicht sprechen. In Wahrheit drückt die Tatsache, daß die mittlere Wärmesumme X in den Tropen nahezu verschwindet, das Vorhandensein eines komplizierten Wärmeprozesses aus.

Es bestehen gewissermaßen zwei Wärmeregime, die des Strahlungsprozesses und die der sonst noch vorhandenen Wärmequellen. In beiden treten im Mittel Wärmemengen ins Spiel, die sich gegenseitig aufheben.

Die Konvektionswärme der unteren tropischen Schichten ist ohne Zweifel bedeutend, zum größten Teile wird sie wohl durch die Verdunstungskälte der verdampfenden Wassermengen kompensiert. Doch spielen wahrscheinlich noch andere Ursachen, vor allem die Advektion, eine Rolle, um der Wärmebilanz der strahlungsfremden Wärmequellen in der Bodenschicht der tropischen Atmosphäre den geschilderten Charakter zu geben. Die Größe X nimmt schneller und stärker wie in unseren Breiten mit der Höhe zu. Ihr Maximum erreicht sie in 3200 m Höhe. Das hängt wieder mit dem Umstand zusammen, daß die Schichten, wo die ergiebigste Kondensation erfolgt, in den Tropen höher liegen. Über 4 km beginnt auch in den Tropen eine schnelle Abnahme der Wärmesumme X . Das deutet auch für die tropischen Verhältnisse darauf hin, daß der Hauptbestandteil der Größe X in diesen Schichten die Konvektionswärme ist.

In obiger Figur sind die Wärmemengen X für Lindenberg und Batavia als Funktionen der Höhe zur Darstellung gebracht. Die gestrichelten Linien sollen den Verlauf der Konvektionswärme darstellen; sie sind lediglich versuchsweise gezogen, um die Ideen zu fixieren. Die weiter unten abgeleiteten Zahlen sind deshalb mit Vorsicht aufzunehmen; sie sollen nur ein ganz allgemeines Bild der Verhältnisse geben. Nehmen wir an, daß X in zwei Hauptbestandteile zerfällt, der Konvektionswärme und der Wärmemenge, welche durch Zustandsänderung des Wasserdampfes entsteht — eine Wärmequelle, welche wir durch Zustandswärme bezeichnen wollen —, so können wir für den Verlauf dieser beiden Größen die folgende Tabelle aufstellen.



Ein negatives Zeichen der Zustandswärme bedeutet Überwiegen der Verdunstung, ein positives einen Überschuß der Kondensation des Wasserdampfes.

Die Bodenschichten, in denen die Verdunstung überwiegt, reichen über Lindenberg bis etwa 700 m Höhe, über Batavia bis etwa 2 km; der Verdunstung entsprechen über Lindenberg etwa 12 Kal., über Batavia 69 im Maximum. Die Kondensation herrscht über Lindenberg von etwa 1 km bis nahezu 4 km mit einem Maximalbetrag von etwa 9 Kal., während über Batavia die Kondensationszone von etwa 2.2 km bis 5.5 km geht; der Maximalbetrag beträgt hier 11 Kal.

Wenn man bedenkt, daß in der Wärmemenge, die wir unter Zustandswärme zusammengefaßt haben, noch andere sekundäre Wärmequellen enthalten sind, erscheinen die gegebenen Zahlen, auf deren unsichere Grundlage wir noch einmal hinwiesen, nicht unwahrscheinlich.

Tabelle VI.

Höhe	Konvektionswärme		Zustandswärme	
	Lindenberg	Batavia	Lindenberg	Batavia
0	47	70	— 12	— 69
0.5	46	68	— 4	— 61
1	44	67	+ 3	— 54
1.5	42	65	+ 7	— 43
2	39	62	+ 9	— 18
2.5	36	60	+ 8	— 5
3	32	57	+ 5	+ 4
3.5	27	54	+ 3	+ 9
4	22	49	+ 0.5	+ 11
5	17	44	0	+ 6
6	12	39	0	+ 1

5. Ångströms Strahlungsmessungen in Kalifornien.

Erst nach Vollendung der in den vorigen Abschnitten abgedruckten Untersuchungen habe ich Kenntnis von Anders Ångströms wertvoller Abhandlung („A Study of the Radiation of the Atmosphere“, Smithsonian Miscellaneous Collections, Vol. LXV, No. 3) erhalten, in der sich gerade für unsere Zwecke schätzbare Messungen der Strahlung in verschiedenen Höhen des Luftmeeres befinden. Da zu gleicher Zeit durch aerologische Aufstiege die Verhältnisse der Atmosphäre bis zu großen Höhen untersucht wurden, haben wir Material in der Hand, um die in den vorigen Abschnitten entwickelten Strahlungsformeln zu prüfen und zur Bestimmung wichtiger Konstanten zu benutzen.

Wir werden hauptsächlich die Messungen der Gegenstrahlung der Atmosphäre in verschiedenen Niveaus benutzen. Die von uns entwickelte Formel für die Gegenstrahlung enthält, wenn durch aerologische Messungen in allen Niveaus die meteorologischen Verhältnisse bestimmt sind, nur eine noch sehr unsichere Konstante b_2 , die von uns als relativer Absorptionskoeffizient der langwelligen Strahlung bezeichnet werde. Nach Schätzungen von Abbot und Fowle, die sich dahin aussprechen, daß von der langwelligen Strahlung etwa $\frac{9}{10}$ von der ganzen Atmosphäre absorbiert werden, haben wir diesen Koeffizienten zu 1.54 bestimmt. Die Ångströmschen Messungen der Gegenstrahlung setzen uns neu instand, eine direkte Bestimmung dieses Koeffizienten auf Grund physikalischer Messungen vorzunehmen.

Allerdings werden wir keinen Mittelwert erhalten, sondern einen Absorptionskoeffizienten, der einem ganz bestimmten Zustand der Atmosphäre entspricht.

Für die Gegenstrahlung B hatten wir die Formel aufgestellt

$$B = e^{-\tau} \int_0^{\infty} e^{\tau x} E dx,$$

die aber nur unter der Voraussetzung Gültigkeit hat, daß die Gegenstrahlung der Atmosphäre von etwa 12 km aufwärts praktisch wegen ihres geringen Wasserdampfgehaltes gleich Null gesetzt werden kann.

Diese Voraussetzung ist nur richtig, wenn die oberen Schichten der Atmosphäre keine anderen die langwellige Strahlung absorbierenden Substanzen enthalten, als eben den Wasserdampf. Ångström macht in der oben erwähnten Abhandlung S. 48, 49, 50 durch Messung der Gegenstrahlung in einer sehr wasserdampfarmen Atmosphäre und Extrapolation dieser Resultate auf eine ganz trockene Lufthülle es äußerst wahrscheinlich, daß die oben ausgesprochene Voraussetzung nicht standhält. Im Gegenteil, wir müssen nach Ångströms Schätzungen mit einem ziemlich bedeutenden Strahlungswert der oberen Atmosphäre rechnen. Wir werden

deshalb mit der oben angegebenen vereinfachten Formel für die Gegenstrahlung nicht rechnen, sondern die ebenfalls von uns auf S. 4 abgeleitete allgemeine Formel verwenden. Wir wollen diese für unsere Zwecke etwas umschreiben. Wir bezeichnen die durch Beobachtungen gemessene Gegenstrahlung in einem bestimmten Niveau mit B' , den Wert des Integrals:

$$e^{-x} \int_0^x e^x E dx$$

wie früher mit B , den Wert der Gegenstrahlung an der oberen Grenze der atmosphärischen Schicht, die wir untersuchen, mit S . Dann ist S die Strahlung aller oberhalb der oberen Grenze gelegenen Luftschichten, also praktisch die Gegenstrahlung der Stratosphäre.

Die Formel auf S. 4 geht dann über in:

$$B' = e^{-x} \cdot S + B.$$

Auf der rechten Seite ist $x = b \cdot \psi$, wo b der relative Absorptionskoeffizient der langwelligen Strahlung und

$$\psi = \frac{g'}{R} \int_0^z \frac{f \cdot m}{T} dz$$

ist. Sowohl ψ als B , das eine Funktion von b ist, können berechnet werden, wenn durch aerologische Aufstiege die meteorologischen Verhältnisse bis zu großen Höhen durch mechanische Quadratur bestimmt sind. Wir denken uns also B für genügend kleine Intervalle von b berechnet und in tabellarischer Form festgelegt.

Haben wir nun zwei Bestimmungen von B' in zwei verschiedenen Niveaus (1) und (2) und bezeichnen wir die entsprechenden Werte mit den zugehörigen Marken, so haben wir die beiden Gleichungen:

$$B'_1 = e^{-b \cdot \psi_1} S + B_1(b),$$

$$B'_2 = e^{-b \cdot \psi_2} S + B_2(b).$$

Sie dienen zur Bestimmung der beiden Unbekannten S und b .

Eliminieren wir S , so erhalten wir:

$$B'_1 e^{-b \cdot \psi_2} - B'_2 e^{-b \cdot \psi_1} = B_1(b) e^{-b \cdot \psi_2} - B_2(b) e^{-b \cdot \psi_1}.$$

Dieses ist eine transzendente Gleichung für b , die ohne Schwierigkeit graphisch gelöst werden kann. Sowohl die linke als die rechte Seite sind gegebene Funktionen von b , die wir leicht für eine Reihe von Werten von b berechnen können. Setzen wir

$$y_1 = B'_1 e^{-b \cdot \psi_2} - B'_2 e^{-b \cdot \psi_1}$$

und

$$y_2 = B_1(b) e^{-b \cdot \psi_2} - B_2(b) e^{-b \cdot \psi_1}$$

und stellen wir y_1 und y_2 durch Kurven dar, so gibt der Schnittpunkt dieser beiden Kurven den gesuchten Wert von b .

Jede der beiden Gleichungen liefert dann den Wert von S .

Bei der Auswahl der Ängströmschen Beobachtungen müssen wir Wert darauf legen, daß einerseits Messungen der Gegenstrahlung in verschiedenen Niveaus, als auch aerologische Bestimmungen bis zu großen Höhen vorhanden sind, die zeitlich möglichst nahe bei den Strahlungsmessungen liegen.

Am geeignetsten erscheinen mir die Beobachtungen des 3. August 1913. An diesem Tage fand ein Registrierballonaufstieg um 5⁰⁷ p. m. statt, der bis zu 17428 m reicht. Alle Elemente sind gut bestimmt, die Feuchtigkeitsmessungen reichen allerdings nur bis 4500 m, doch ist dies weiter kein Schaden, da erfahrungsgemäß in größeren Höhen die Feuchtigkeitsbestimmungen der Haarhygrometer wegen der Trägheit des Haares falsch werden. Wir werden deshalb für größere Höhen die Dampfdrucke nach der von mir gegebenen und in dieser Arbeit schon öfter verwandten Formel (siehe S. 15, Anmerkung) berechnen. Der Aufstieg fand von Avalon in Südkalifornien in der Nähe der Beobachtungsorte der Strahlung statt. Strahlungsmessungen selbst wurden am 3. August auf zwei Höhenstationen angestellt: 1. In Lone Pine (Südkalifornien), Höhe 1140 m, von 8 p. bis 4 a., 2. auf dem Mount Whitney, Höhe 4420 m, von 7³⁰ p. bis 5 a. Die Beobachtungen selbst fanden bei ganz wolkenlosem, klarem Himmel an beiden Stationen statt. Wir nehmen von den Zahlen, die für die Werte der Gegenstrahlung gegeben sind, nur die vier letzten, da für diese die Feuchtigkeitsbestimmungen auf dem Gipfel des Mount Whitney am besten mit den Feuchtigkeitsmessungen des Registrierballons übereinstimmen, und bilden hieraus die Mittelzahlen.

3. August 1913; Gegenstrahlung der Atmosphäre:

Lone Pine: 1140 m			Mount Whitney: 4420 m		
B_1	f_1	$\psi(x)$	B'_2	f'_2	$\psi(x)$
22.02	8.26	0.720	13.92	1.63	0.075

Der Registrierballonaufstieg selbst fand am 3. August 5 p statt; seine Ergebnisse sind in der Ängström-schen Arbeit ausführlich wiedergegeben, so daß wir auf den Abdruck verzichten können.

Aus diesen Angaben haben wir zunächst die Funktion $\psi(z)$ und E als Funktion der Höhe berechnet, hierauf in derselben Weise wie im zweiten Abschnitt T als Funktion von ψ bestimmt. Mit denselben Methoden wie früher wurde dann B als Funktion von z und b_2 berechnet, und zwar für die Werte $b_2 = 0, 0.5, 1, 1.5$ und 2 . Hierdurch wurde es möglich, B für die uns besonders interessierenden Höhen 1140m und 4420m, den Höhen der Bergstationen, wo die Gegenstrahlung B' beobachtet wurde, zu bestimmen.

Tabelle VII. Aerologische Elemente Avalon (Kalifornien), 3. August 1913.

Höhe	m	T	f	E	ψ
0	1.000	297 ⁰	13.8	35.5	1.96
500	0.947	304	12.6	38.8	1.24
1000	0.899	303	4.42	38.4	0.790
1500	0.844	299	3.03	36.9	0.605
2000	0.806	295	2.91	34.4	0.464
2500	0.754	291	2.56	32.5	0.340
3000	0.712	288	2.10	31.2	0.239
3500	0.673	284	1.53	29.5	0.163
4000	0.632	280	1.14	28.1	0.111
4500	0.586	277	0.86	26.1	0.0734
5000	0.556	273	0.525	25.1	0.0485
6000	0.492	265	0.264	22.4	0.0218
7000	0.433	256	0.144	19.6	0.0092
8000	0.378	249	0.054	17.4	0.0037
9000	0.330	242	0.027	15.6	0.0016
10000	0.286	236	0.014	14.2	0.0008
11000	0.247	230	0.007	12.8	0.0004
12000	0.213	224	0.005	11.4	0.0002
13000	0.184	223	0.003	11.2	0.0001
14000	—	219	0.002	10.5	0.0000

Tabelle VIII. Kalifornien.

x_2	h	E	B	A	$A+B-2E$	k_2	dQ_2	ΔT	dQ_1	$R = E - B$
0.00000	14000	10.5	14.0	34.9	+ 27.9	0.00	+ 0.00	+ 0.000	0.00	— 3.5
0.00146	8400	16.2	14.0	34.9	+ 16.5	0.02	+ 0.33	+ 0.001	0.04	+ 2.2
0.00292	7900	17.6	14.0	34.9	+ 13.7	0.04	+ 0.53	+ 0.002	0.07	3.6
0.00438	7500	18.4	14.0	34.9	+ 12.1	0.06	+ 0.74	+ 0.003	0.11	4.4
0.00584	7200	19.3	14.0	35.0	+ 10.4	0.09	+ 0.95	+ 0.004	0.16	5.3
0.0073	6990	20.1	14.0	35.0	+ 8.8	0.12	+ 1.04	+ 0.004	0.22	6.1
0.0219	5600	22.3	14.1	35.2	+ 4.7	0.27	+ 1.27	+ 0.005	0.49	8.2
0.0365	4900	24.4	14.3	35.4	+ 0.9	0.44	+ 0.39	— 0.002	0.79	10.1
0.0511	4600	25.9	14.4	35.5	— 1.9	0.64	— 1.23	— 0.005	1.16	11.5
0.0657	4250	27.1	14.6	35.6	— 4.0	0.73	— 2.9	— 0.012	1.31	12.5
0.0803	4100	28.1	14.8	35.8	— 5.6	0.84	— 4.7	— 0.020	1.51	13.3
0.0949	3800	28.8	15.0	35.9	— 6.7	1.01	— 6.8	— 0.029	1.82	13.8
0.1095	3600	29.2	15.2	36.0	— 7.2	1.05	— 7.6	— 0.032	1.89	14.0
0.1241	3400	29.6	15.4	36.1	— 7.6	1.20	— 9.1	— 0.038	2.16	14.2
0.1387	3240	30.1	15.6	36.2	— 8.4	1.26	— 10.6	— 0.045	2.23	14.5
0.146	3180	30.4	15.7	36.2	— 8.9	1.31	— 11.7	— 0.049	2.34	14.7
0.292	2280	33.5	17.9	36.8	— 12.3	2.01	— 24.7	— 0.104	3.55	15.4
0.438	1510	36.8	20.2	37.1	— 16.3	2.19	— 35.7	— 0.150	3.80	16.6
0.584	990	38.6	22.6	37.0	— 17.6	3.32	— 58.4	— 0.246	5.71	16.0
0.730	700	39.0	24.8	36.7	— 16.5	6.27	— 103.5	— 0.435	10.6	14.2
0.876	510	38.8	26.7	36.4	— 14.5	9.27	— 134.4	— 0.565	15.4	12.1
1.022	400	38.3	28.3	36.0	— 12.3	9.78	— 120.3	— 0.506	16.1	10.0
1.168	200	37.4	29.6	35.8	— 9.4	10.00	— 94.0	— 0.395	16.2	7.8
1.314	100	36.4	30.6	35.6	— 5.6	10.10	— 56.6	— 0.238	16.1	5.8
1.431	0	35.5	31.4	35.5	— 4.1	10.10	— 41.4	— 0.174	16.1	4.1

Tabelle IX. Kalifornien.

Die Funktionen $B_1(b)$ und $B_2(b)$, sowie y_1 und y_2 als Funktionen von b .

b	$B_1(b)$	$B_2(b)$	y_1	y_2
0.0	0.00	0.00	7.2	0.00
0.2	3.80	0.32	8.8	3.4
0.4	7.8	0.62	10.1	7.1
0.6	11.2	0.94	11.2	10.1
0.8	14.3	1.26	12.2	12.2
1.0	17.2	1.55	12.9	13.4
1.2	19.2	1.84	13.5	17.2
1.4	22.3	2.14	14.0	19.2
1.6	24.3	2.42	14.4	20.9
1.8	25.6	2.70	14.6	21.6
2.0	26.2	3.12	14.6	21.4

Die Tabelle VIII gibt in gedrängter Form die Abhängigkeit der soeben skizzierten Größen und die Resultate der Rechnungen wieder, die Tabelle IX endlich die Größen B_1 und B_2 in ihrer Abhängigkeit von b_2 . Die Marke 1 bezieht sich auf die untere, 2 auf die obere Station. Dieselbe Tabelle endlich enthält die Größen y_1 und y_2 als Funktion von b_2 . Zeichnet man die entsprechenden Kurven, so ergibt sich als Abszisse der Schnittpunkt

$$b_2 = 0.73.$$

Mit diesem Wert ergeben die Gleichungen S. 19 für S den Mittelwert 14.0.

Also ergibt sich das wichtige Resultat, daß an der unteren Grenze der Stratosphäre in einer Höhe von 14km der Strahlungsstrom B noch den Wert von $14 \frac{\text{Grammkal.}}{\text{cm}^2 \cdot \text{Stunde}}$ hat.

Die Beobachtungen der Gegenstrahlung fanden sowohl in Lone Pine als Mount Whitney bei vollkommen heiterem Himmel statt. Dieser Umstand erklärt den niedrigen Wert, den wir für b_2 erhalten haben.

Berechnen wir mit diesem Wert die Absorption der langwelligen Strahlung durch den Wasserdampf nach der Formel

$$\frac{I}{I_0} = e^{-b_2 \cdot \psi},$$

indem wir für b_2 0.73 und für ψ den Bodenwert 1.96 setzen, wie er sich für den kalifornischen Aufstieg ergibt, so erhalten wir

$$\frac{I}{I_0} = 0.240.$$

Der wolkenlose heitere Himmel Kaliforniens absorbiert also nur 24% der langwelligen Strahlung durch den Wasserdampf, während nach den Schätzungen Abbots und Fowles bei mittleren Verhältnissen diese Absorption etwa 90% beträgt.

Von größter Bedeutung erscheint das Resultat, daß die Gegenstrahlung S in der Höhe von 14km einen angebbaren Wert, nämlich etwa $14 \frac{\text{Grammkal.}}{\text{cm}^2 \cdot \text{Stunde}}$ besitzt.

Diese Strahlung kann nicht mit dem Wasserdampfgehalt der Luft zusammenhängen, da in allen Schichten über 14km der Wasserdampfgehalt so gering ist, daß von irgendeiner Strahlungswirkung desselben nicht die Rede sein kann. Schon Ångström ist zu demselben Resultat gelangt, indem er seine Beobachtungen der Gegenstrahlung bei verschiedenen Dampfdrucken zusammenstellt. Da dieselben im kalifornischen Klima bei sehr geringen Werten des Dampfdruckes auch in den unteren Schichten erfolgt sind, konnte er mit vollem Recht den Versuch machen, die Extrapolation auf eine ganz trockene Atmosphäre durchzuführen. (Siehe das zitierte Werk S. 47 u. ff.) Auch Ångström kommt zu dem Ergebnis, daß die Gegenstrahlung einer Lufthülle ohne Wasser in allen Höhenschichten noch relativ bedeutende Werte habe. Seine Extrapolation ergibt für die Gegenstrahlung einer vollkommen trockenen Atmosphäre bei 20° C den Wert $16.86 \frac{\text{Grammkal.}}{\text{cm}^2 \cdot \text{Stunde}}$.

Diese Zahl führt Ångström zu einer angenäherten Bestimmung der Strahlung der oberen Atmosphäre, welche nach ihm hauptsächlich ihrem Gehalt an Kohlensäure und Ozon zuzuschreiben ist. Die Beobachtungen ergaben nach seinen Schätzungen einen relativ hohen Wert für die Strahlung der oberen Schichten, beinahe 50% der Strahlung eines schwarzen Körpers, der die am Beobachtungsorte herrschende Temperatur hat. Das stimmt mit dem von uns auf Grund der Schwarzschild-Emdenschen Strahlungstheorie ermittelten

Werte gut überein. Auf die wichtigen Folgerungen, die Ångström aus der Tatsache einer erheblichen „trockenen Strahlung“ zieht, gehe ich hier nicht näher ein, sondern verweise auf seine Abhandlung S. 49, 50.

Wir haben für die besonderen Verhältnisse Kaliforniens am 3. August 1913 den relativen Absorptionskoeffizienten 0.73 gefunden. Mit diesem Werte können wir die Strahlungsströme A und B und die Abkühlung, welche durch die langwellige Strahlung verursacht wird, leicht berechnen; A allerdings nur unter der Annahme, daß dieser Strahlungsstrom in irgendeiner Schicht durch Beobachtungen gemessen ist. Das geschieht allerdings leider auch durch die Ångströmschen Messungen nicht; wir wollen deshalb die schon früher gemachte Annahme auch für Kalifornien gelten lassen, daß A in der Luftschicht unmittelbar am Erdboden denselben Wert hat, wie die Strahlung dieser Schicht selbst, berechnet nach dem Stefanschen Strahlungsgesetze.

Mit dieser Voraussetzung erhalten wir die Zahlen der Tabelle VIII.

Wir sehen, daß B am Boden den Wert von 31.4 erhält, das sind 89% der effektiven Ausstrahlung der untersten Luftschicht, beziehungsweise des Bodenwertes des Strahlungsstromes A . B nimmt beständig mit der Höhe ab, zuerst schnell, dann langsamer; schon in 1000 m Höhe ist es kleiner als 22, bereits in 4000 m Höhe ist es unter 15 gesunken, um nun langsam dem Grenzwert 14 sich zu nähern, den der Strahlungsstrom bereits bei 7000 m erreicht und beibehält. Der dunkle Erdstrom A beginnt am Boden mit dem Wert der Ausstrahlung der untersten Schicht, nimmt langsam bis zu 1500 m zu. Es ist dies eine Folge der am 3. August in der Atmosphäre vorhandenen Temperaturinversion, die sich bis etwa 1000 m Höhe erstreckt und in den Werten der Ausstrahlung der einzelnen Luftschichten sich deutlich bemerkbar macht. Die Temperatur erhebt sich um mehr als 6° in der Bodenschicht von 0 m bis 1000 m, während E von 35 zu 39 Grammkal. ansteigt. A erreicht seinen Maximalwert in etwa 1200 m mit 37.3 Grammkal.; von da ab nimmt die dunkle Erdstrahlung langsam ab, behält aber noch in 14 km Höhe den Wert 34.9, also beinahe die Größe, die es am Boden gehabt hat.

Interessant sind die Werte von dQ_2 , d. h. der Wärmemenge, die jede Luftschicht infolge der langwelligen Strahlung abgibt. dQ_2 ist bis etwa 4800 m negativ, darüber positiv; d. h. die Lufthülle kühlt sich an dem Aufstiegstage bis rund 5000 m infolge der langwelligen Strahlung ab, darüber erwärmt sich die einzelnen Schichten. In dem von uns betrachteten Einzelfalle reicht also der sich abkühlende Teil der Atmosphäre weniger hoch, als in den früher betrachteten Fällen, wo Mittelzahlen benutzt wurden und die ziemlich bedeutende langwellige Strahlung der Stratosphäre nicht beachtet wurde.

Die mittlere stündliche Abkühlung in Celsiusgraden, die die Spalte ΔT wiedergibt, zeigt natürlich ähnliches Verhalten wie dQ_2 . Die stärkste Abkühlung zeigt sich dort, wo die Temperaturinversion lagert, weil ΔT proportional der Größe $A + B - 2E$ ist und diese Größe durch den Subtrahenden $2E$ stark beeinflusst wird. Die stärkste Abkühlung von beinahe 0.6° C pro Stunde findet sich in etwa 500 m Seehöhe. Auf die absolute Größe dieser Zahl ist, wie früher, nicht sehr großes Gewicht zu legen, da sie auch vom Strahlungsstrom A abhängt und wir die Größe desselben nur durch die Annahme berechnen konnten, daß die dunkle Erdstrahlung am Boden mit der Ausstrahlung der untersten Luftschicht übereinstimmt. Ist der dunkle Erdstrom am Boden etwas größer, was leicht möglich ist, so sinken auch die Zahlen der Kolonne ΔT etwas, d. h. die stündliche Abkühlung wird geringer. Auch die Höhenverhältnisse verschieben sich dann. Im Gegensatz zu den früher berechneten Fällen haben wir für Kalifornien nicht die Größe X berechnet. Da wir es mit Einzelbeobachtungen zu tun haben, ist es nicht statthaft anzunehmen, daß für jede Luftschicht ein stationärer Zustand eingetreten ist, in dem die Summe aller Wärmemengen $dQ = 0$ sein muß. Die Berechnung von X aus der Gleichung $dQ_1 + dQ_2 + X = 0$ ist also unmöglich, da diese Gleichung nicht statt hat. In der letzten Spalte der Tabelle VIII haben wir noch die Größe $E - B$ ausgeschrieben, die Ångström in seinem Werke effektive (gemessene) Ausstrahlung nennt und mit dem Buchstaben R bezeichnet. Ångström untersucht im VIII. Kapitel seines Buches das Verhalten dieser Größe als Funktion der Höhe. Er findet an der Hand seiner Beobachtungen zunächst eine Zunahme dieser Größe mit der Höhe, dann eine Abnahme. Auch die von uns auf Grund der Emden-Schwarzschildschen Theorie berechneten Zahlen zeigen dieses Verhalten.

$E - B$ nimmt bei den vorhandenen Verhältnissen bis 1500 m zu, von da an ab. Also auch hier stimmt die von uns zugrunde gelegte Theorie mit den Beobachtungen überein.

Im dritten und vierten Abschnitt haben wir die Strahlungsströme und die mit ihnen zusammenhängende Wärmemenge für Lindenberg und Batavia unter der Voraussetzung berechnet, daß nur der Wasserdampf als strahlende Masse in Betracht kommt. Die kalifornischen Messungen von Ångström haben nun gezeigt, daß die oberen Schichten der Atmosphäre eine nicht zu vernachlässigende Gegenstrahlung besitzen, die wahrscheinlich mit dem Kohlensäure- und dem wechselnden Ozongehalt dieser Schichten zusammenhängt. Die Gegenstrahlung der Stratosphäre betrug für die Schichten über 14 km in Kalifornien 14 Grammkal. Es ist höchst wahrscheinlich, daß eine derartige Gegenstrahlung in allen Breiten vorhanden ist. Wir wollen deshalb unsere Rechnungen für Lindenberg und Batavia zum Schluß ergänzen. Wie groß die Gegenstrahlung über dem Äquator und

über Lindenberg ist, können wir nicht bestimmen, da hier die Strahlungsbeobachtungen in verschiedenen Höhenlagen noch fehlen. Lediglich um die Verhältnisse zu fixieren, wollen wir annehmen, daß die Gegenstrahlung der Stratosphäre in der Nähe des Äquators 18 Grammkal., in der Breite von Lindenberg 10 Grammkal. beträgt in der Annahme, daß der Ozongehalt mit abnehmender Breite zunimmt. Mit diesen Zahlen habe ich die in Betracht kommenden Größen neu berechnet. Die Tabellen X und XI enthalten die Größen dQ_2 , ΔT und X , wie sie früher definiert wurden; in den Spalten sind unter II. die neu berechneten Werte, unter I. die früher berechneten gegeben, damit ein sofortiger Vergleich möglich ist.

Tabelle X. Lindenberg.

H	I. dQ_2	II. dQ_2	I. ΔT	II. ΔT	I. X	II. X
12.00	0.008	+ 0.2	+ 0.000	+ 0.000	— 0.03	— 0.2
8.98	0.0095	+ 0.5	+ 0.000	+ 0.002	— 0.06	— 0.6
7.95	— 0.186	+ 0.6	— 0.000	+ 0.003	+ 0.10	— 0.7
7.50	— 0.414	+ 0.7	— 0.000	+ 0.003	0.29	— 0.8
7.22	— 0.755	+ 0.8	— 0.000	+ 0.003	0.60	— 1.0
7.00	— 1.27	+ 0.8	— 0.005	+ 0.003	1.02	— 1.1
6.19	— 3.75	+ 0.2	— 0.016	+ 0.000	3.3	— 0.7
5.45	— 9.23	— 1.7	— 0.039	— 0.007	8.3	0.8
4.95	— 13.4	— 3.3	— 0.053	— 0.014	12.1	2.0
4.59	— 17.0	— 5.3	— 0.072	— 0.022	16.5	4.8
4.20	— 19.4	— 6.8	— 0.082	— 0.029	17.7	5.1
4.08	— 22.7	— 8.8	— 0.095	— 0.037	20.8	6.9
3.87	— 25.4	— 10.7	— 0.107	— 0.045	23.3	8.6
3.69	— 28.4	— 12.4	— 0.119	— 0.052	26.1	10.1
3.52	— 31.6	— 14.5	— 0.133	— 0.061	29.0	11.9
3.36	— 33.9	— 16.0	— 0.142	— 0.067	31.1	13.2
2.76	— 44.7	— 23.6	— 0.188	— 0.099	41.0	20.9
2.34	— 50.5	— 28.2	— 0.212	— 0.119	46.0	23.7
2.00	— 54.1	— 31.9	— 0.227	— 0.134	48.8	26.6
1.69	— 54.5	— 33.8	— 0.229	— 0.142	48.5	26.8
1.42	— 55.7	— 34.3	— 0.234	— 0.144	49.0	27.6
1.20	— 55.1	— 34.9	— 0.232	— 0.147	47.8	27.6
1.02	— 54.2	— 35.0	— 0.228	— 0.147	46.3	27.1
0.82	— 53.1	— 36.0	— 0.223	— 0.151	44.7	27.6
0.65	— 52.6	— 36.9	— 0.221	— 0.155	43.8	28.1
0.51	— 51.2	— 36.4	— 0.215	— 0.153	42.0	27.2
0.39	— 49.1	— 36.2	— 0.206	— 0.152	39.4	26.5
0.30	— 47.4	— 35.8	— 0.199	— 0.151	37.3	25.7
0.122	— 46.6	— 35.4	— 0.196	— 0.149	36.0	24.8

Die unter I. stehenden Zahlen sind mit der Annahme berechnet, daß die Gegenstrahlung der Stratosphäre = 0 ist, die unter II. befindlichen Werte unter der Annahme, daß die Gegenstrahlung der Stratosphäre gleich $10 \frac{\text{Grammkal.}}{\text{cm}^2 \cdot \text{Stunde}}$ ist.

Die Tabellen lehren, daß durch das Einsetzen einer Gegenstrahlung der obersten Schichten alle Verhältnisse gemildert werden; sowohl die Wärmemengen dQ_2 als die Werte X werden kleiner. Betrachten wir zunächst die Tabelle von Lindenberg.

Der größte Wärmeverlust, der ohne Berücksichtigung der oberen Gegenstrahlung 55.7 Grammkal. betrug und in der Höhe von 1420 m stattfand, sinkt durch die Strahlung der obersten Schichten auf 37 Grammkal., die jetzt in der Schicht von 650 m Höhe verloren gehen. Die stündliche Abkühlung fällt von 0.234° auf 0.155° im Maximum. Der Wärmeentzug der untersten Schichten, vom Erdboden bis etwa 2000 m Höhe, ist beinahe gleichmäßig geworden. Auch die strahlungsfremde Wärmemenge X ist überall vermindert, ihr Maximum liegt ebenfalls in 650 m Höhe; auch diese Wärmegröße ist ziemlich gleichmäßig auf die untersten Schichten vom Erdboden bis rund 2000 m verteilt. Die obere Gegenstrahlung hat des weiteren den Einfluß, daß die wirkliche Abkühlung in der Lufthülle nicht so hoch reicht, wie beim gänzlichen Fehlen derselben. Über 6000 m beginnt eine allgemeine Erwärmung durch die langwellige Strahlung, wenn die entwickelten Wärmemengen auch gering sind. Einen ähnlichen Einfluß hat die Gegenstrahlung der Stratosphäre über dem Äquator. Die Erscheinungen ändern sich nicht grundsätzlich, überall tritt eine Milderung ein. Das Maximum von dQ_2 geht von 71 Grammkal. auf 35, die stündliche Abkühlung von -0.30° auf -0.15° zurück die Höhe, wo diese Extreme eintreten, sinkt von 3400 m auf 2000 m herab.

Die Wärmemenge X (Konvektionswärme und Verdunstungswärme) sinkt von ihrem Maximum 62 in 3400 m auf 21 in 2000 m Höhe herab. Die Tatsache aber, die wir früher gefunden haben, daß nämlich auch diese Wärmemenge in den untersten tropischen Schichten die Wärmebilanz 0 hat, bleibt bestehen. Ich verweise dieserhalb auf die Schlußbemerkungen des Abschnittes 4. Wir machen zum Schluß noch darauf aufmerksam, daß auf die absoluten Zahlengrößen in den letzten Tabellen nicht viel Wert zu legen ist, da unsere Annahme über die Größen der oberen Gegenstrahlung etwas willkürlich sind. Genaue Messungen wie in Kalifornien fehlen zurzeit noch.

Tabelle XI. Batavia.

H	I. $d Q_2$	II. $d Q_2$	I. ΔT	II. ΔT	I. X	II. X
18000	+ 0.001	+ 0.003	+ 0.000	+ 0.000	— 0.001	— 0.00
—	— 0.19	+ 1.32	— 0.001	+ 0.006	0.09	— 1.4
—	— 0.63	+ 2.05	— 0.003	+ 0.009	0.45	— 2.3
—	— 1.2	+ 2.88	— 0.005	+ 0.012	0.94	— 3.2
—	— 1.9	+ 3.30	— 0.008	+ 0.014	1.5	— 3.6
9000	— 2.5	+ 3.34	— 0.011	+ 0.014	2.1	— 3.7
8300	— 5.6	+ 3.81	— 0.024	+ 0.016	5.0	— 4.5
7400	— 11.2	+ 4.1	— 0.047	+ 0.017	10.1	— 5.2
7000	— 17.0	+ 3.6	— 0.072	+ 0.015	15.5	— 5.1
6650	— 21.7	+ 2.7	— 0.091	+ 0.011	20.9	— 4.5
6300	— 25.9	+ 2.0	— 0.109	+ 0.009	23.8	— 4.1
6100	— 30.2	+ 0.5	— 0.127	+ 0.002	27.8	— 2.9
—	— 34.0	— 0.7	— 0.143	— 0.003	31.3	— 2.0
5450	— 37.0	— 1.3	— 0.156	— 0.005	34.0	— 1.7
5350	— 39.9	— 2.1	— 0.168	— 0.009	36.6	— 1.2
—	— 43.1	— 3.5	— 0.181	— 0.015	39.6	0.0
—	— 45.6	— 4.5	— 0.192	— 0.019	41.9	+ 0.8
5000	— 48.7	— 6.3	— 0.205	— 0.027	44.7	2.3
4900	— 51.7	— 7.9	— 0.217	— 0.033	47.5	3.7
4800	— 52.9	— 8.2	— 0.222	— 0.035	48.5	3.8
4680	— 54.2	— 9.1	— 0.228	— 0.038	49.6	4.5
3950	— 67.9	— 18.3	— 0.285	— 0.077	61.1	11.5
3400	— 70.5	— 23.2	— 0.296	— 0.098	62.0	14.7
2930	— 68.1	— 26.9	— 0.286	— 0.113	58.1	16.9
2510	— 64.5	— 28.6	— 0.271	— 0.120	53.0	17.1
2280	— 63.2	— 33.0	— 0.266	— 0.139	50.4	20.2
2050	— 60.3	— 35.0	— 0.253	— 0.147	45.9	20.6
1500	— 42.9	— 26.3	— 0.180	—	26.2	9.6
1220	— 35.2	— 24.5	— 0.148	—	16.3	5.6
0.900	— 33.4	— 26.6	— 0.141	—	11.8	6.0
0.650	— 32.3	— 28.6	— 0.136	— 0.120	9.9	6.2
0.400	— 30.5	— 28.2	— 0.128	— 0.119	6.8	4.5
0.250	— 29.4	— 28.0	— 0.123	— 0.118	2.5	1.1
0.100	— 29.0	— 27.7	— 0.120	— 0.117	2.2	0.7
0.000	— 28.0	— 27.4	— 0.118	— 0.115	0.9	0.3

Solche Beobachtungen lassen hoffentlich nicht lange auf sich warten. Der Hauptzweck unserer Abhandlung ist der, nachzuweisen, wie wichtig die Verbindung von Strahlungsmessungen mit aerologischen Aufstiegen ist. Das Beispiel, welches wir durch diese Verbindung kalifornischer Messungen berechnen konnten, hat zur Genüge gezeigt, wie man die Strahlungstheorie durch genaue Bestimmung ihrer Konstanten fundieren kann. Gelingt es, durch die aerologischen Observatorien die Strahlungsströme B und A in verschiedenen Höhen zu bestimmen, so hat man in Verbindung mit der zu gleicher Zeit ermittelten Zustandskurve alle Mittel in der Hand, um die Wärmebilanz der Lufthülle bis zu großen Höhen festzulegen.